

۸۶- اگر سه عضو از اعضای مجموعه A را حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۴۴۸ واحد کم می‌شود. مجموعه A چند عضو دارد؟

۶(۴)

۷(۳)

۸(۲)

۹(۱)

روش ۱) حل مستقیم:

$$2^{n-3} = 2^n - 448$$

$$2^n - 2^{n-3} = 448 \rightarrow 2^{n-3} (2^3 - 1) = 448 \rightarrow 2^{n-3} = 64$$

$$\rightarrow 2^{n-3} = 2^6 \rightarrow n-3 = 6 \rightarrow n = 9$$

روش ۲) استنباط از گزینه‌ها:

$$n = 9 \rightarrow 2^n = 512$$

$$n-3 = 6 \rightarrow 2^6 = 64$$

$$\rightarrow 512 - 64 = 448$$

✓ گزینه ۱

۸۷- سه تاس را همزمان می‌اندازیم. چقدر احتمال دارد حداقل دو بار عدد پنج بیاید؟

 $\frac{6}{216}$  (۴)

 $\frac{16}{216}$  (۳)

 $\frac{1}{36}$  (۲)

 $\frac{2}{36}$  (۱)

$$n(S) = 6^3 = 216$$

حاصل ۲ بار عدد ۵ نباید ← ۵، ۲ یا ۳ بار ۵ نباید.

حالت‌های ۵، ۲:

۳ حالت → (۱, ۵, ۵)

۳ حالت → (۲, ۵, ۵)

۳ حالت → (۳, ۵, ۵)

۳ حالت → (۴, ۵, ۵)

۱ حالت → (۵, ۵, ۵)

۳ حالت → (۲, ۵, ۵)

$$\rightarrow \text{حاصل ۱۴ حالت} \rightarrow \frac{14}{216}$$



۸۸- کسر  $\frac{1}{3^n \times 5 \times 7^{m+4}}$  به ازای کدام مقادیر  $m$  و  $n$  مختوم است؟

$n = 0$  و  $m = -4$  (۲)

$n = 1$  و  $m = 4$  (۱)

$n = -4$  و  $m = -2$  (۴)

$n = 1$  و  $m = 2$  (۳)

بنابراین عامل‌های ۳، ۷ در مخرج باقی‌مانده در نتیجه  $n=0$  و  $m+4=0$  (یعنی  $m=-4$ )

۸۹- کدام گزینه در مورد عبارت زیر درست است؟

$$A = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \dots + \left(\frac{1}{100} - \frac{1}{101}\right) =$$

$A = 100$  (۴)

$A < 50$  (۳)

$A > 50$  (۲)

$A = 50$  (۱)

۱  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2 \times 3} < 1$

$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{4 \times 5} < 1$

$\vdots$   
 $\frac{1}{100} - \frac{1}{101} = \frac{1}{100 \times 101} < 1$

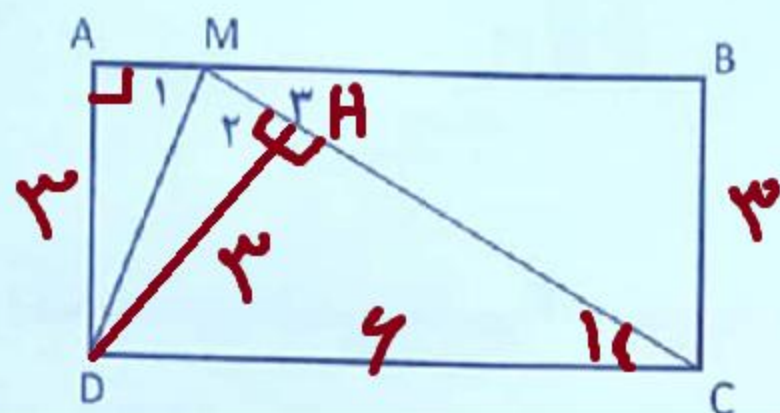
کلاً  $\frac{1}{4} = 0.25$  را نیز وجود دارد به هر

کدام از این کویسی‌ها در نتیجه:

$A < 50 \rightarrow A < 50$

۹۰- در مستطیل  $ABCD$ ،  $AB = 6$  و  $BC = 3$  و نقطه  $M$  روی  $AB$  طوری انتخاب شده است که  $\widehat{M}_1 = \widehat{M}_2$ . اندازه

زاویه  $M_1$  چند درجه است؟



۶۵ (۴)

۶۰ (۳)

۷۵ (۲)

۸۰ (۱)

از  $D$  بر  $MC$  عمود  $DH$  رسم می‌کنیم. متوجه می‌شویم  $DMH$  و  $AMD$  بنا به حالت (وزن)

هم‌زا هستند. بنابراین  $DH = AD = 3$ .

در مثل قائم‌الزاویه  $DCH$  ضلع مقابل به زاویه  $\widehat{C}_1$  نصف وتر است لذا  $\widehat{C}_1 = 30^\circ$

در نتیجه  $M_3 = 30^\circ$  و  $M_1 = M_2 = 75^\circ$



۹۱- مقدار  $[2 - 3(2 - 3)^{-1}]^{-1} + [(-2)^{-1}]^2$  کدام است؟

$-\frac{9}{20}$  (۴)

$\frac{1}{20}$  (۳)

$\frac{9}{20}$  (۲)

$-\frac{1}{20}$  (۱)

$$[2 - 3(2 - 3)^{-1}]^{-1} + [(-2)^{-1}]^2 = [2 - 3(-1)]^{-1} + (-2)^{-2}$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{9}{20}$$

۹۲- اگر  $(5^a)^a = 625$  باشد، مقدار عددی  $\sqrt{(a^2)^{\sqrt{-8}}}$  کدام است؟

$\frac{1}{5}$  (۴)

$\frac{1}{4}$  (۳)

۵ (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

$$(5^a)^a = 625 \rightarrow 5^{2a} = 5^4 \rightarrow a = 2$$

$$\sqrt{(a^2)^{\sqrt{-8}}} = \sqrt{(2^2)^{-2}} = \sqrt{2^{-4}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$$

۹۳- اگر  $x - \frac{1}{x} = -2$  باشد، حاصل  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  برابر کدام گزینه است؟

$6$  (۴)

۱ (۳)

-۴ (۲)

۴ (۱)

$$x - \frac{1}{x} = -2 \xrightarrow{\text{توان ۲}} \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (-2)^2 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 4$$

$$\rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$$



۹۴- چند عدد طبیعی مثل  $n$  در رابطه  $1000 < \sqrt{n(n+1)} < 1005$  صدق می کند؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

$$1000 < \sqrt{n(n+1)} < 1005 \xrightarrow{\text{باز کردن}} 1000^2 < n(n+1) < 1005^2$$

$$\rightarrow 1000 \leq n \leq 1004$$

$$\rightarrow n = 1000, 1001, 1002, 1003, 1004$$

۵ عدد

۹۵- کدام یک از خطوط داده شده، خط  $2x - 3y = 5$  را در نقطه ای به عرض ۵ قطع می کند و با خط  $4x - 2y = 5$  موازی است؟

$$-2x - 15 = y \quad (۲)$$

$$2x - y = 15 \quad (۱)$$

$$2y - x = 15 \quad (۴)$$

$$2x - y = -15 \quad (۳)$$

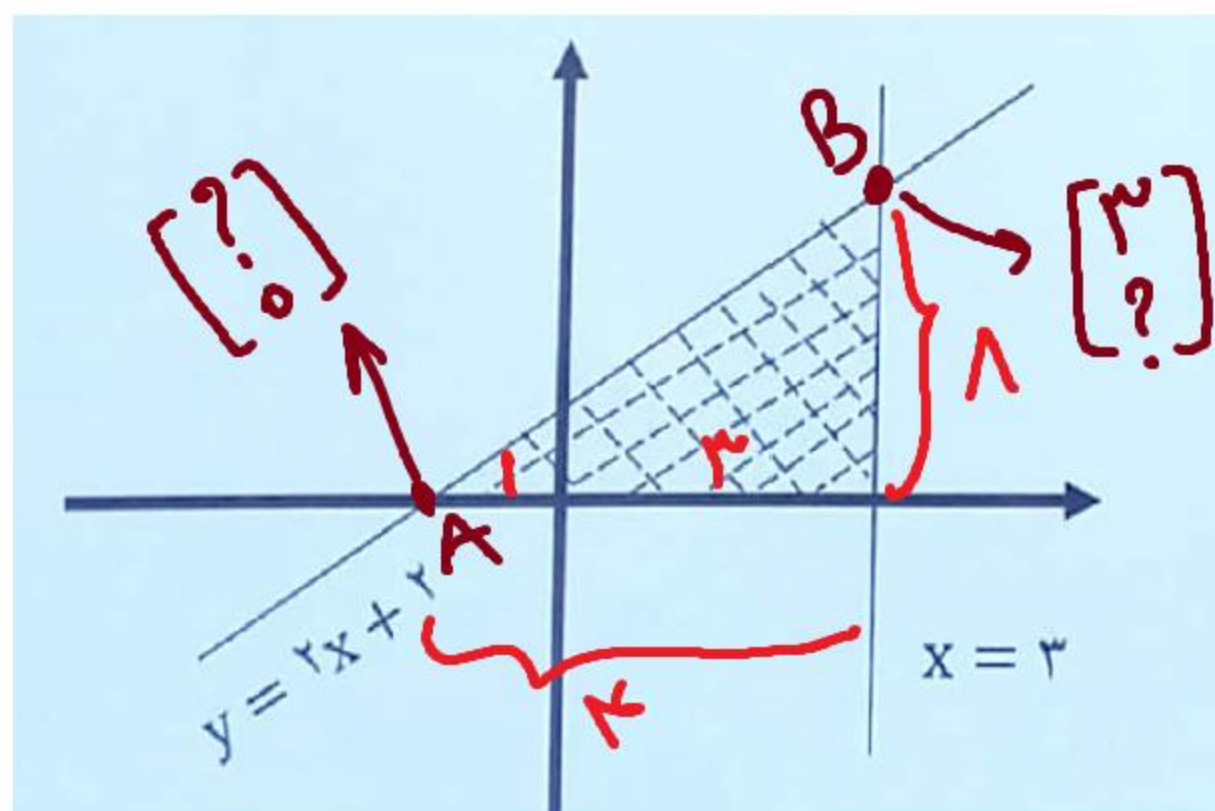
$$y = 5 \rightarrow 2x - 3(5) = 5 \rightarrow 2x = 20 \rightarrow x = 10 \rightarrow \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$4x - 2y = 5 \rightarrow 2x - y = 2.5$$

معادله خط  $2x - y = 2.5$  موازی با خط  $2x - y = 15$  است.

$$y = 2x - 15 \rightarrow \text{گزینه ۱}$$





۹۶- در نمودار روبرو مساحت قسمت هاشور زده کدام است؟

۳۲ (۲)

۱۲ (۱)

۱۶ (۴)

۸ (۳)

$$A: y = 2x + 2 \xrightarrow{y=0} 0 = 2x + 2 \rightarrow x = -1 \rightarrow A = [-1; 0]$$

$$B: y = 2x + 2 \xrightarrow{x=3} y = 2(3) + 2 = 8 \rightarrow B = [3; 8]$$

$$S = \frac{\sum x \cdot h}{2} = 14$$

۹۷- حاصل عبارت  $\frac{x^2 + xy}{\delta x + \delta y + xz + yz} \times \frac{1 + 2z}{6x}$  کدام است؟

$\frac{1}{4}$  (۴)

$\frac{1}{2z}$  (۳)

$\frac{x}{2}$  (۲)

$\frac{z + \delta}{x}$  (۱)

$$\frac{x^2 + xy}{\delta x + \delta y + xz + yz} = \frac{x(x+y)}{\delta(x+y) + z(x+y)} = \frac{x(x+y)}{(x+y)(\delta+z)}$$

$$= \frac{x}{\delta+z}$$

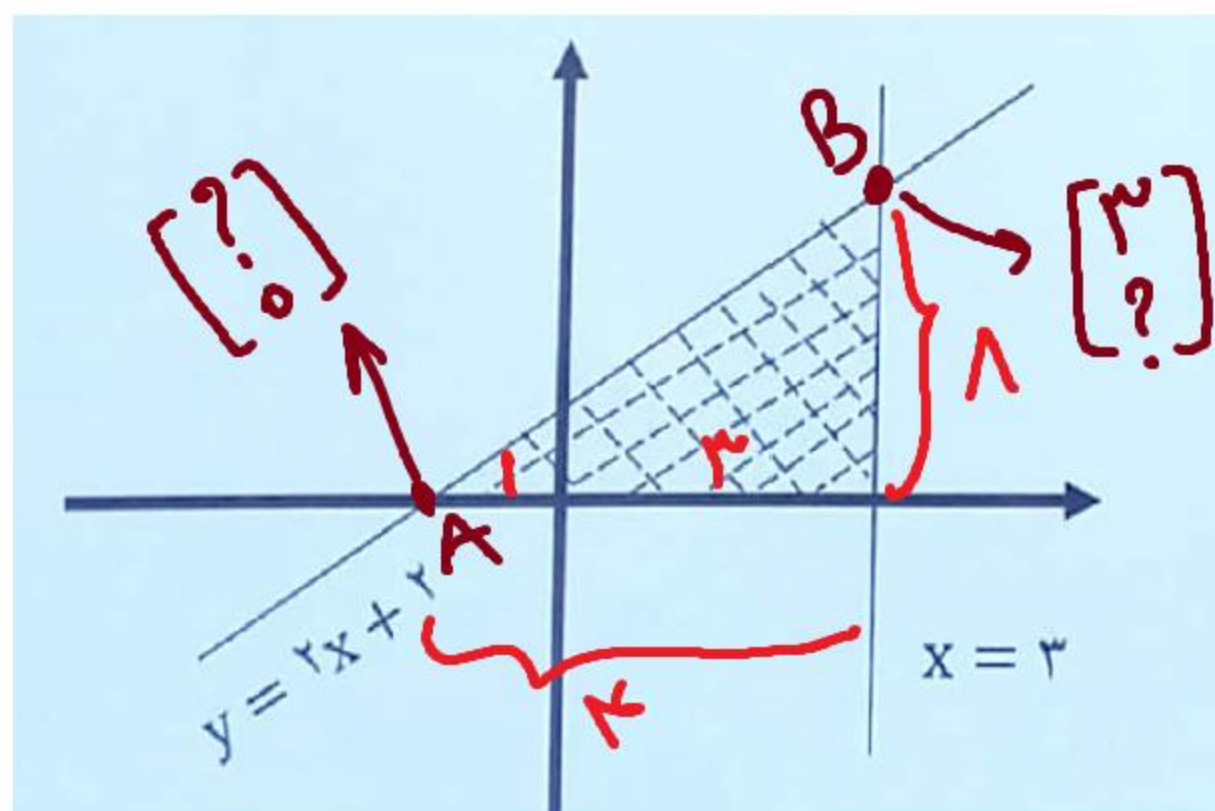
$$\frac{x}{\delta+z} \times \frac{1+2z}{6x} = \frac{x}{\delta+z} \times \frac{2(\delta+z)}{6x} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$x=1, y=0, z=0$$

روش ۲ عدد گذاری :

$$\frac{x^2 + xy}{\delta x + \delta y + xz + yz} \times \frac{1 + 2z}{6x} = \frac{1}{\delta} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \rightarrow \text{گزینه ۳}$$





۹۶- در نمودار روبرو مساحت قسمت هاشور زده کدام است؟

۳۲ (۲)

۱۲ (۱)

۱۶ (۴)

۸ (۳)

$$A : y = 2x + 2 \xrightarrow{y=0} 0 = 2x + 2 \rightarrow x = -1 \rightarrow A = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B : y = 2x + 2 \xrightarrow{x=3} y = 2(3) + 2 = 8 \rightarrow B = \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$S = \frac{2 \times 8}{2} = 8$$

۹۷- حاصل عبارت  $\frac{x^2 + xy}{\delta x + \delta y + xz + yz} \times \frac{1 + 2z}{\gamma x}$  کدام است؟

$\frac{1}{\gamma}$  (۴)

$\frac{1}{2\gamma}$  (۳)

$\frac{x}{\gamma}$  (۲)

$\frac{z + \delta}{x}$  (۱)

$$\frac{x^2 + xy}{\delta x + \delta y + xz + yz} = \frac{x(x+y)}{\delta(x+y) + z(x+y)} = \frac{x(x+y)}{(x+y)(\delta+z)} = \frac{x}{\delta+z}$$

$$\frac{x}{\delta+z} \times \frac{1+2z}{\gamma x} = \frac{\cancel{x}}{\delta+z} \times \frac{2(\delta+z)}{\gamma \cancel{x}} = \frac{2}{\gamma} = \frac{1}{\frac{\gamma}{2}}$$



۹۸- اگر باقی مانده تقسیم  $a + 5x - 2x^2$  بر  $x - 2$  برابر ۳ باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

-۴ (۴)

-۵ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

اگر باقی مانده تقسیم عددها در معادله  $x - 2$  برابر ۳ باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow 2(2)^2 - 5(2) + a = -2 + a$$

$$\xrightarrow{\text{باقی مانده} = 3} -2 + a = 3 \rightarrow \boxed{a = 5}$$

۹۹- یک بستنی قیفی داریم که تقریباً از یک مخروط در قسمت پایین و یک نیم کره در قسمت بالا تشکیل شده است. اگر بخواهیم مقدار بستنی داخل قیف با مقدار بستنی روی آن برابر باشد، نسبت ارتفاع قیف به قطر قاعده آن برابر با کدام است؟

۲ (۴)

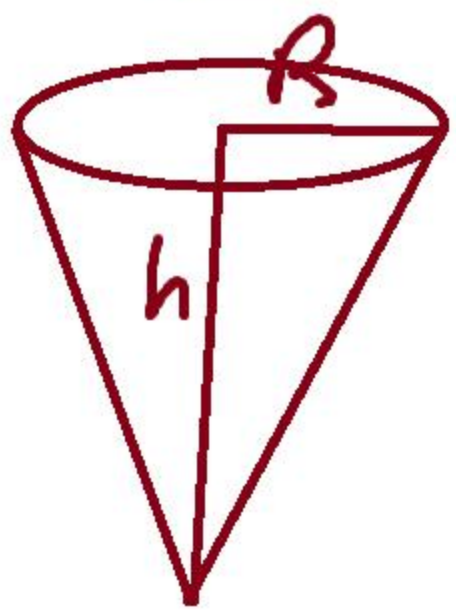
۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



$$\rightarrow \text{حجم نیم کره} = \frac{2}{3} \pi R^3$$



$$\rightarrow \text{حجم مخروط} = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

$$\xrightarrow{\text{حجم نیم کره} = \text{حجم مخروط}} \frac{2}{3} \pi R^3 = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

$$\rightarrow 2R = h \rightarrow \frac{h}{2R} = 1$$



۱۰۰- با قسمتی از دایره ای به مرکز O مطابق شکل، مخروطی ساخته ایم. اگر شعاع دایره برابر ۹ باشد، حجم مخروط کدام است؟

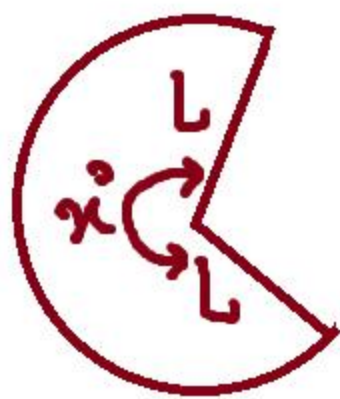


$$\frac{5}{4} \sqrt{2} \pi (2)$$

$$\sqrt{5} \pi (4)$$

$$\frac{5}{2} \sqrt{3} \pi (1)$$

$$\sqrt{5} \pi 36 (3)$$



$$R = \frac{\pi}{360} \times L = \frac{240}{360} \times 9 = 6$$

$$h = \sqrt{9^2 - 6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \times 6^2 \times 3\sqrt{5} = 36\pi\sqrt{5}$$

بارگزوی ووقت بهر نام دانش آموز عزیز

سعید تن آرا  
تبریز - تیر ۱۴۰۲