



# آزمون ۱۲ بهمن ۱۴۰۳

## اختصاصی دوازدهم ریاضی

### دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	شاهین پروازی- داود حسین پور- افشین خاصه خان- سینا خیرخواه- طاهر دادستانی- محمد زنگنه- علی شهبازی- کیان کریمی خراسانی- مهسان گودرزی- رضا ماجدی- حامد معنوی- مهرداد ملوندی- نیما مهندس- علیرضا ندافزاده- غلامرضا نیازی- جهانبخش نیکنام
هندسه و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب- اسحاق اسفندیار- علی ایمانی- افشین خاصه خان- فرزانه خاکپاش- مصطفی دیداری- سوگند روشنی- علیرضا شریف خطیبی- هومن عقیلی- شبنم غلامی- احمد رضا فلاح- مجتبی مظاهری- فرد- مهرداد ملوندی- نیلوفر مهدوی- نیما مهندس سرژ یقیازاریان تبریزی
فیزیک	مهران اسماعیلی- حسین الهی- علی برزگر- علیرضا جباری- مسعود خندان- معصومه شریعت ناصری- مهدی شریفی- مصطفی کیانی- محمد مقدم- محمد کاظم منشادی- سیدمحمدعلی موسوی- امیراحمد میرسعید- حسام نادری- مجتبی نکوئیان
شیمی	امیرعلی بیات- علیرضا بیانی- محمد رضا پورچاوید- سعید تیزرو- محمد رضا جمشیدی- امیر حاتمیان- امیرمسعود حسینی- حمید ذبجی- یاسر رانش- حسن رحمتی- کوکنده- روزبه رضوانی- رضا سلیمانی- حسین شاهسواری- امیرحسین طیبی- رسول عابدینی زواره- محمد عظیمیان زواره- محسن مجنونی- آرمین محمدی چیرانی- هادی مهدی زاده

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	نیما مهندس	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب محمد خندان	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی محمد خندان	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی محمد خندان	بهنام شاهی زهره آقامحمدی	حسین شاهسواری محمدحسن محمدزاده مقدم محمد رضا جمشیدی
بازبینی نهایی رتبه های برتر	سیدسپهر متولیان محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی اوستا عباسی ماهان فرهنگدفر	ماهان فرهنگدفر
مسئول درس	سیدماهد عبدی مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت کار - علیرضا عباسی زاهد - محمد رضا مهدوی				سجاد رضایی محمد صدرا وطنی محسن دستجردی

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون بنیاد علمی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۶۶۳

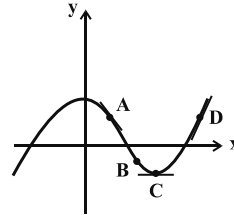
## حسابان ۲

۱- گزینه «۱»

(علی شهبازی)

اگر نقطه‌ای بالای محور  $x$  ها باشد، مقدار تابع در آن نقطه مثبت و اگر نقطه‌ای پایین محور  $x$  ها باشد، مقدار تابع در آن نقطه منفی است. پس:

$$f(x_A) > 0, f(x_B) < 0, f(x_C) < 0, f(x_D) > 0$$



مقدار  $f'$  در هر نقطه، برابر با شیب خط مماس بر تابع  $f$  در آن نقطه است. با توجه به نمودار داریم:

$$f'(x_A) < 0, f'(x_B) < 0, f'(x_C) = 0, f'(x_D) > 0$$

پس:

$$f(x_A)f'(x_A) < 0, f(x_B)f'(x_B) > 0$$

$$f(x_C)f'(x_C) = 0, f(x_D)f'(x_D) > 0$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۸)

۲- گزینه «۳»

(غلامرضا نیازی)

طبق شکل، نقطه تماس، محل برخورد  $y = |x| - 1$  با محور  $x$  ها است:

$$|x| - 1 = 0 \Rightarrow |x| = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow \text{طول نقطه تماس } x = -1$$

خط مماس بر منحنی  $f$  در نقطه به طول  $x = -1$  برابر  $y = -x - 1$  است.

$$m_d = -1 \Rightarrow f'(-1) = -1$$

در نتیجه:

حاصل حد مورد نظر برابر می‌شود با:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+2h) + f(-1+h) - 2f(-1)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+2h) - f(-1)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$$

$$= 2f'(-1) + f'(-1) = 3f'(-1) = 3(-1) = -3$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

۳- گزینه «۲»

(موسان کوردزی)

نقطه  $A(1, -2)$  روی منحنی  $f$  قرار دارد لذا  $f(1) = -2$ ; از طرفی طبق

فرض سؤال، شیب خط مماس، قرینه و معکوس شیب خط  $d$  یعنی برابر  $-\frac{1}{6}$

است، لذا  $f'(1) = -\frac{1}{6}$  داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) + 8}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x) + 2)(f^2(x) - 2f(x) + 4)}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + 2}{x-1} \times \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - 2f(x) + 4}{x+1}$$

طبق تعریف مشتق  $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1}$ ، پس حاصل عبارت مذکور

برابر می‌شود با:

$$-\frac{1}{6} \times \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - 2f(x) + 4}{x+1} = -\frac{1}{6} \times \frac{4+4+4}{1+1} = -1$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

۴- گزینه «۱»

(مهمرب زنگنه)

باید از تعریف مشتق استفاده کنیم:

$$g'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x) - g(3)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{1 - f(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{(1-f(x))(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+3}{1-f(x)} = \frac{3+3}{1-(-1)} = 3$$

توجه کنید که در قسمت پایانی راه‌حل،  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  مدنظر است و نه  $f(3)$ .

$$f(x) = [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \quad \text{نکته:}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۱ تا ۸۳)

۵- گزینه «۳»

(نیما مهندس)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^2(x+3h) - f^2(x-2h)}{-1 \cdot h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{f(x+3h) - f(x-2h)}{h} \right) \times \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{f(x+3h) + f(x-2h)}{-1 \cdot h} \right)$$

$$= \Delta f'(x) \times \frac{2f(x)}{-1 \cdot h} = \frac{1}{x^3} \Rightarrow f(x)f'(x) = -\frac{1}{x^3}$$

$$\Rightarrow f(2) \cdot f'(2) = -\frac{1}{8} \Rightarrow 8f(2) \cdot f'(2) = -1$$

توجه: در بخشی از راه‌حل از رابطه زیر استفاده کرده‌ایم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+mh) - f(a-nh)}{h} = (m+n)f'(a)$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

۶- گزینه «۳»

(شاهین پروازی)

معادله خط گذرنده از نقاط  $A(1, 0)$  و  $B(-1, k+3)$  را می‌نویسیم:

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y = \frac{k+3}{-2}(x-1)$$

با توجه به آن که خط فوق بر نمودار تابع  $f$  در نقطه  $x=2$  مماس است

$$f(2) = \frac{k+3}{-2} \text{ و } f'(2) = \frac{k+3}{-2}$$



## ۸- گزینه «۴»

(بجانبش نیکنام)

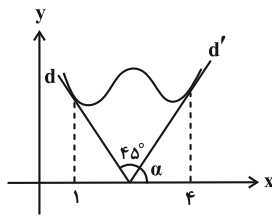
در حد داده شده حد مخرج کسر، صفر است پس حد صورت کسر هم باید

$$f'(1) - 2f(1) = 0 \quad \text{صفر باشد:}$$

$$\Rightarrow f(1)(f(1) - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(1) = 2 \\ f(1) = 0 \end{cases} \quad (\text{طبق شکل، غ ق ق})$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)(f(x) - 2)}{(x-2)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-2} \times \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x-1}$$

$$= (-2)f'(1) = 4 \Rightarrow f'(1) = -2$$

فرض کنیم  $\alpha$  زاویه بین خط  $d'$  و محور  $x$  ها باشد.

$$f'(1) = \tan(\alpha + 45^\circ) \Rightarrow -2 = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = 3 \Rightarrow f'(4) = 3$$

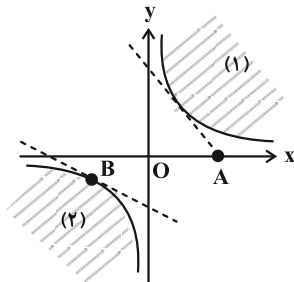
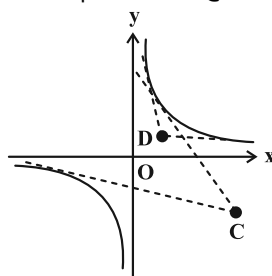
(مسایان ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

## ۹- گزینه «۱»

(مهردار ملونزی)

نکته: با توجه به نمودار تابع  $f(x) = \frac{1}{x}$ ، نقاط صفحه مختصات را به صورت

زیر دسته‌بندی می‌کنیم:

(الف) مبدأ مختصات (نقطه  $O$ ) و نقاط نواحی (۱) و (۲); از این دسته نقاط هیچ مماسی بر نمودار تابع  $f$  نمی‌توان رسم کرد.(ب) نقاط روی محورهای مختصات (به غیر از  $O$ ) و نقاط روی نمودار تابع  $f$ ; از این دسته نقاط (همانند نقاط  $A$  و  $B$ ) فقط یک مماس بر تابع  $f$  می‌توان رسم کرد.(ج) بقیه نقاط صفحه (غیر از الف) و (ب); از این دسته نقاط (همانند  $C$ و  $D$ ) دو مماس بر نمودار تابع  $f$  می‌توان رسم کرد.از طرفی عبارت  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - 9}{x - 2}$  در صورتی موجود است که $f(2) = \pm 3$  باشد. پس:

$$۱) f(2) = 3 \Rightarrow \frac{k+3}{-2} = 3 \Rightarrow k = -9$$

$$۲) f(2) = -3 \Rightarrow \frac{k+3}{-2} = -3 \Rightarrow k = 3$$

$$\text{اگر } k = -9 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(f(x) - 3)(f(x) + 3)}{x - 2}$$

$$= (f'(2))(f(2) + 3) = 18$$

$$\text{اگر } k = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(f(x) + 3)(f(x) - 3)}{x - 2}$$

$$= (f'(2))(f(2) - 3) = 18$$

(مسایان ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

## ۷- گزینه «۱»

(علیرضا نراف زاره)

معادله خط مماس بر نمودار تابع  $f$  را می‌یابیم:

$$(3, 0), (0, 2) \Rightarrow m = \frac{2-0}{0-3} = -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow y - 0 = -\frac{2}{3}(x - 3) \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x + 2$$

با توجه به نمودار تابع  $f$  که بر خط مذکور در نقطه به طول  $x = 2$  مماس

شده، نتیجه می‌شود:

$$\begin{cases} f(2) = -\frac{2}{3}(2) + 2 = \frac{2}{3} \\ f'(2) = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

داریم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-3h) - \frac{2}{3}}{h^2 - h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-3h) - f(2)}{h} \times \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h-1}$$

$$= -3f'(2) \times (-1) = +3\left(-\frac{2}{3}\right) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - \frac{2}{3}}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} \times \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x+2}$$

$$= f'(2) \times \frac{1}{4} = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{4} = -\frac{1}{6}$$

$$-2 - \frac{1}{6} = -\frac{13}{6}$$

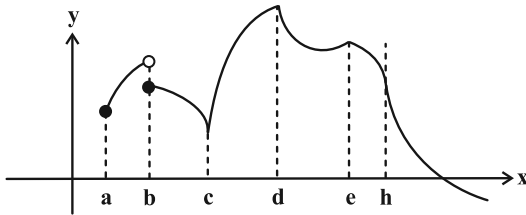
پس حاصل عبارت مورد نظر برابر است با:

(مسایان ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

**حسابان ۲- پیشروی سریع**

۱۱- گزینه «۳» (علیرضا نرافزازه)

(۱) تابع  $f$  در نقاط به طول  $a$  و  $b$  پیوسته نیست، پس مشتق پذیر نیست.  
(۲) تابع  $f$  در نقاط به طول  $c$  و  $h$  پیوسته است ولی مشتق‌های چپ و راست در آن‌ها نامتناهی است، پس در این نقاط نیز مشتق ناپذیر است.  
(۳) تابع  $f$  در نقاط به طول  $d$  و  $e$  پیوسته است ولی این نقاط گوشه‌ای هستند، لذا نقاط مشتق ناپذیری تابع هستند.



(مسابان ۲- صفحه‌های ۱۸۵ تا ۱۸۹)

۱۲- گزینه «۲» (اخشین فاصه‌فان)

طبق تعریف، زمانی  $x = a$  مماس قائم تابع  $f$  است که اولاً تابع  $f$  در  $x = a$  پیوسته باشد، ثانیاً  $f'$  در  $x = a$  مشتق چپ و راست نامتناهی داشته باشد.

در گزینه «۱» تابع در  $x = 2$  فقط پیوستگی راست دارد. (تابع در همسایگی چپ ۲ تعریف نشده است).  
گزینه‌های «۳» و «۴» در  $x = 2$  مشتق چپ و راست نامتناهی دارند اما در  $x = 2$  پیوسته نیستند.  
اما در گزینه «۲» تابع در  $x = 2$  پیوسته است:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{|x-2|} = f(2) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{|x-2|} - 0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{-(x-2)}}{x-2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{-\sqrt{-(x-2)}} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{|x-2|} - 0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x-2}}{x-2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{\sqrt{x-2}} = +\infty$$

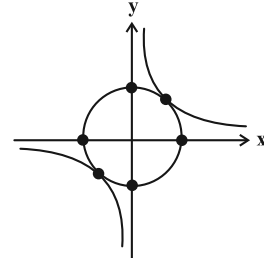
(مسابان ۲- صفحه‌های ۱۸۸ و ۱۸۹)

۱۳- گزینه «۳» (کیان کریمی‌فراسانی)

نمودار دو تابع  $y = \cos x$  و  $y = |x|$ ، با هم، در شکل زیر نمایش داده شده است:

مطابق شکل زیر، دایره به معادله  $x^2 + y^2 = 2$  با تابع  $f(x) = \frac{1}{x}$  تنها دو نقطه مشترک  $(1, 1)$  و  $(-1, -1)$  دارند.

با توجه به نکته بالا، ۶ نقطه مشخص شده روی نمودار دایره، نقاطی هستند که فقط یک مماس از آن‌ها می‌توان بر نمودار  $f$  رسم کرد.



(مسابان ۲- صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۱۰- گزینه «۱» (نیما مهندس)

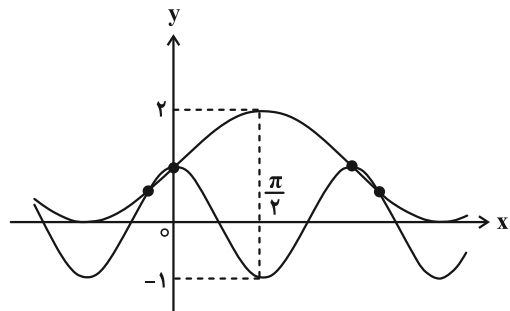
باید معادله  $f(x) = g(x)$  را حل کنیم:

$$\sin x + 1 = \cos 2x \Rightarrow \sin x + 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\Rightarrow \sin x = -2 \sin^2 x$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin x = 0 \xrightarrow{x \in (-\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4})} x = 0, \pi \\ \text{یا} \\ \sin x = -\frac{1}{2} \xrightarrow{\sin(-\frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{2}} x = -\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6} \end{array} \right.$$

مطابق شکل، در نقطه  $x = \frac{\pi}{2}$  از این بازه تابع  $f$  به  $\max$  و تابع  $g$  به  $\min$  مقدار خود می‌رسند. نقاط برخورد دو تابع، دویسه‌دو نسبت به خط  $x = \frac{\pi}{2}$  متقارن‌اند؛ لذا مماس‌هایی که در این نقاط بر نمودار دو تابع رسم می‌کنیم یا افقی‌اند یا شیب‌های قرینه دارند، در نتیجه پاسخ مسئله برابر صفر است.



(مسابان ۲- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

مشتق چپ تابع  $f$  در  $x=1$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + ax - (a+1) - 0}{2x - [x]}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+(a+1))}{2x(x-1)} = \frac{2+a}{2}$$

به طریق مشابه داریم  $f'_+(1) = \frac{2+a}{1}$  و در نتیجه طبق فرض خواهیم داشت:

$$\frac{2+a}{1} - \frac{2+a}{2} = 2 \Rightarrow \frac{2+a}{2} = 2 \Rightarrow a = 2$$

پس  $b = -(2+1) = -3$  و لذا  $ab = -6$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

(غلامرضا نیازی)

گزینه «۱» - ۱۶

$$f'_+(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^+} \frac{f(x) - f(\circ)}{x - \circ} = \lim_{x \rightarrow \circ^+} \frac{[2x-1] \cdot \overbrace{\sin ax}^+}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \circ^+} -\frac{\sin ax}{x} = -a \quad (\text{شیب نیم مماس راست})$$

$$f'_-(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{f(x) - f(\circ)}{x - \circ} = \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{[2x-1] \cdot \sin ax}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{[(-1)^-] \cdot \overbrace{\sin ax}^-}{x} = \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{-2(-\sin ax)}{x} = 2a$$

$$\Rightarrow |f'_+(\circ) - f'_-(\circ)| = 2a = 6 \Rightarrow a = 2$$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

(سینا فیروزه‌ا)

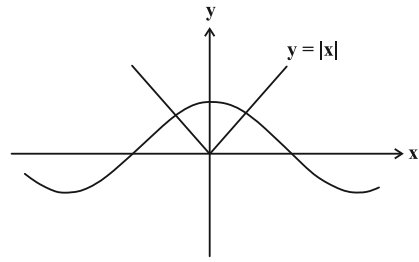
گزینه «۴» - ۱۷

کافی است نقاط ناپیوستگی تابع  $f$  را پیدا کنیم. برای این منظور، نقاطی از بازه  $(1, 3)$  را که به ازای آن‌ها  $\sqrt{2}x$  و  $x^2$  صحیح می‌شوند را مشخص می‌کنیم:

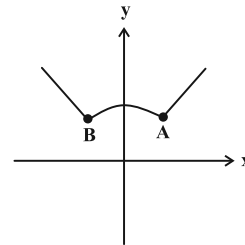
$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 = n \Rightarrow x = \pm\sqrt{n} \\ \Rightarrow x = \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8} \\ \text{نقطه } \gamma \\ \sqrt{2}x = k \Rightarrow x = \frac{k}{\sqrt{2}} \\ \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{2}}, \frac{3}{\sqrt{2}}, \frac{4}{\sqrt{2}} \end{array} \right.$$

$x = \sqrt{2}$  و  $x = \sqrt{4}$  در هر دو دسته مشترک هستند، پس پیوستگی و

مشتق پذیری آن‌ها را با جزئیات بیشتری بررسی می‌کنیم:



در نتیجه نمودار تابع  $f$  به صورت زیر می‌شود:



این تابع دارای دو نقطه گوشه‌ای  $A$  و  $B$  است.

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۸۸ و ۸۹)

(غلامرضا نیازی)

گزینه «۲» - ۱۴

با توجه به ضابطه تابع  $g$  داریم:

$$g(1) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = 0(1) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = 0(-1) = 0 \end{array} \right. \Rightarrow g(x) \text{ در } x=1 \text{ پیوسته است}$$

$$g'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x-1| \cdot f(x) - 0}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)f(x)}{(x-1)} = 1$$

$$g'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x-1| \cdot f(x) - 0}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)f(x)}{(x-1)} = -(-1) = 1$$

$$g'_-(1) = g'_+(1) = 1 \xrightarrow{x=1 \text{ پیوسته در } g} g'(1) = 1$$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

(طاهر داستانی)

گزینه «۱» - ۱۵

از  $f'_+(1) - f'_-(1) = 2$  نتیجه می‌گیریم که تابع  $f$  در  $x=1$  پیوسته است ولی مشتق چپ و راست نابرابر دارد. به دلیل وجود  $[x]$  در مخرج کسر تابع  $f$ ، زمانی در  $x=1$  پیوسته است که مقدار صورت کسر در این نقطه، صفر شود (چرا؟)، پس:

$$x^2 + ax + b = 0 \xrightarrow{x=1} 1 + a + b = 0 \Rightarrow b = -(a+1)$$



## ۱۹- گزینه «۲»

(نیمه مهندس)

با توجه به تجزیه  $x^3 - 4x^2 + 4x = x(x^2 - 4x + 4) = x(x-2)^2$  ناپیوسته بودن  $[x]$  در تمامی مقادیر صحیح  $x$  در بازه  $(-3, 3)$  درمی یابیم که تابع  $f(x)$  در  $x=0$  پیوسته و مشتق ناپذیر (مشتق‌های چپ و راست عددی متفاوت هستند)، در  $x=1$  ناپیوسته و در نتیجه مشتق ناپذیر (چون نقطه انفصال است، گوشه‌ای نیست) و در  $x=2$  پیوسته و مشتق پذیر است. وضعیت تابع  $f(x)$  در  $x=-1$  و  $x=-2$  مشابه وضعیت آن در حوالی  $x=1$  است. برای ضابطه دوم، دامنه تابع برابر  $x > 4$  شده و ریشه‌های ساده عبارت داخل قدرمطلق بیرونی را در نظر می‌گیریم:

$$\log(|x| - 4) = 0 \Rightarrow |x| - 4 = 10^0 = 1 \Rightarrow |x| = 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 \Rightarrow f(5) = -1 \\ x = -5 \Rightarrow f(-5) = -1 \end{cases}$$

پس نقاط گوشه‌ای تابع عبارتند از  $(0, 0)$ ،  $(5, -1)$  و  $(-5, -1)$  که مثلثی به مساحت  $\frac{10 \times 1}{2} = 5$  با یکدیگر می‌سازند.

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

## ۲۰- گزینه «۲»

(نیمه مهندس)

نقطه  $x=2$  ریشه ساده داخل قدرمطلق و تنها کاندید نقطه گوشه‌ای برای تابع  $f$  است. پس ابتدا باید شیب نیم‌ماس چپ را در همسایگی آن محاسبه کنیم.

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(-3x + 6)\sqrt[3]{x^2 + ax + b} - 0}{x - 2} = -3\sqrt[3]{4 + 2a + b}$$

اگر صفرهای  $y = x^2 + ax + b$  را  $\alpha$  و  $\beta$  در نظر بگیریم، معادله خطوط مماس قائم بر نمودار به صورت  $x = \alpha$  و  $x = \beta$  خواهد بود. پس نقاط  $(\alpha, \alpha)$  و  $(\beta, -\beta)$  روی نیم‌ماس چپ هستند. (با جابه‌جایی  $\alpha$  و  $\beta$  تغییری در کلیت سؤال ایجاد نمی‌شود).

$$(x-2) \text{ شیب } m = y - f(2) = 0$$

$$\Rightarrow y = -3\sqrt[3]{4 + 2a + b}(x-2) \xrightarrow{\text{معادله خط صدق می‌کند}} \text{نقاط } (\alpha, \alpha) \text{ و } (\beta, -\beta)$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم روابط بر یکدیگر}} \begin{cases} \alpha = -3\sqrt[3]{4 + 2a + b}(\alpha - 2) \\ -\beta = -3\sqrt[3]{4 + 2a + b}(\beta - 2) \end{cases}$$

$$\left(\frac{\alpha}{-\beta}\right) = \frac{\alpha - 2}{\beta - 2} \Rightarrow \alpha\beta - 2\alpha = -\alpha\beta + 2\beta$$

$$\frac{\alpha + \beta = -a}{\alpha\beta = b} \rightarrow a = -b \Rightarrow a + b = 0$$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (\sqrt{2})^-} f(x) = [2^-] - [2^-] = 1 - 1 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow (\sqrt{2})^+} f(x) = [2^+] - [2^+] = 2 - 2 = 0 \\ f(\sqrt{2}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (\sqrt{8})^-} f(x) = [4^-] - [8^-] = 3 - 7 = -4 \\ \lim_{x \rightarrow (\sqrt{8})^+} f(x) = [4^+] - [8^+] = 4 - 8 = -4 \\ f(\sqrt{8}) = -4 \end{cases}$$

پس تابع  $f$  در این دو نقطه پیوسته و مشتق پذیر است. در نتیجه تابع  $f$  فقط در ۶ نقطه از بازه  $(1, 3)$  ناپیوسته و مشتق ناپذیر است.

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

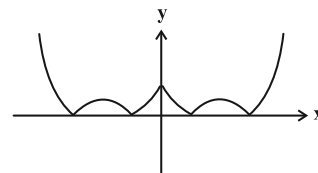
## ۱۸- گزینه «۱»

(معمردار ملونری)

ضابطه تابع  $f$  به صورت زیر تجزیه می‌شود:

$$f(x) = ||x|^2 + m|x| - (m+1)| = (|x| - 1)(|x| + (m+1))$$

همچنین با توجه به ضابطه و صورت سؤال، نتیجه می‌شود که نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است:



نقطه‌ای به طول  $x=0$ ، ریشه عبارت  $|x|$  است، پس نقطه گوشه‌ای و مشتق ناپذیر محسوب می‌شود. در صورتی تابع  $f(x)$ ، چهار نقطه مشتق ناپذیر دیگر دارد که هر دو پرانتز داخل قدرمطلق، حتماً ریشه داشته باشند و در ضمن ریشه‌های آن‌ها متمایز باشند، پس:

$$|x| - 1 = 0 \Rightarrow |x| = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$|x| + (m+1) = 0 \Rightarrow |x| = -(m+1) \Rightarrow \begin{cases} -(m+1) > 0 \\ -(m+1) \neq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m \neq -2 \end{cases}$$

از مجموعه مذکور، فقط مقادیر  $-3$ ،  $-4$  و  $-5$  برای  $m$  قابل قبول است.

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

## ریاضی پایه

## ۲۱- گزینه «۳»

(شماره معنوی)

واضح است که  $U = (-5, 3)$ ، بنابراین:

$$\begin{cases} a-1 = -2 \Rightarrow a = -1 \\ a+2 = b+3 \xrightarrow{a=-1} -1+2 = b+3 \Rightarrow b = -2 \end{cases}$$

پس:

$$U - [a-2, b+3] = (-5, 3) - [-3, 1] = (-5, -3) \cup [1, 3)$$

که این مجموعه شامل سه عدد صحیح  $-4, 1, 2$  است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۸ و ۹)

## ۲۲- گزینه «۱»

(افشین فاضله خان)

در شکل  $n$  مربع تعداد کل مربع‌ها برابر است با  $(2n+1)^2$  و تعداد مربع‌های سفید برابر است با  $n^2$ ؛ بنابراین تعداد مربع‌های رنگی در شکل دهم برابر

$$(2 \times 10 + 1)^2 - 10^2 = 341$$

است با:

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه ۱۸)

## ۲۳- گزینه «۳»

(نیما مهندس)

باید از کوچک به بزرگ، به ترتیب، سراغ مضارب فرد عدد ۱۷ برویم. ضمناً

$$\frac{1}{200} (n+10)(n-20) \text{ را به صورت } \frac{1}{200} (n+10)(n-20)$$

می‌نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} a_{50} &= \frac{1}{200} (50+10)(50-20) = 9 \\ a_{51} &= \frac{3 \times 51}{17} = 9 \end{aligned} \right\} \Rightarrow k = 9 \Rightarrow \sqrt{k} = 3$$

$$a_{17} = \frac{3 \times 17}{17} = 3, a_{20} = 0 \Rightarrow (a_{17})^{a_{20}} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{k} + (a_{17})^{a_{20}} = 3 + 1 = 4$$

توجه: اثبات این که به غیر از جملات متوالی پنجاه و پنجاه و یکم، هیچ دو جمله متوالی دیگری برای مقدار صحیح یکسان نیستند را خودتان بررسی کنید.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۰)

## ۲۴- گزینه «۴»

(شاهین پروازی)

جمله اول دنباله  $a_1 \geq 100$  و قدر نسبت  $d \geq 1$  است. جمله بیستم دنباله هم نباید از ۱۵۰ بزرگتر باشد.

$$a_{20} = a_1 + 19d \leq 150$$

برای  $d$ ، دو مقدار ۱ و ۲ قابل قبول است که برای هر دو مقدار، تعداد دنباله‌ها را حساب می‌کنیم.

$$d = 1 \Rightarrow a_1 + 19d \leq 150 \xrightarrow{a_1 \geq 100} 100 \leq a_1 \leq 131 \quad (\text{الف})$$

پس برای  $d = 1$ ، به تعداد  $131 - 100 + 1 = 32$  دنباله متفاوت پیدا می‌شود.

$$d = 2 \Rightarrow a_1 + 38 \leq 150 \xrightarrow{a_1 \geq 100} 100 \leq a_1 \leq 112 \quad (\text{ب})$$

برای  $d = 2$ ، به تعداد  $112 - 100 + 1 = 13$  دنباله متفاوت پیدا می‌شود.

پس در نهایت  $13 + 32 = 45$  دنباله متفاوت وجود دارد.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

## ۲۵- گزینه «۲»

(رضا ماهری)

جملات دنباله‌های هندسی و حسابی را به ترتیب با  $t_n$  و  $a_n$  نمایش می‌دهیم. طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} t_1 = a_7 & \begin{cases} t_1 = a_1 + d & (1) \\ t_5 = a_7 \Rightarrow t_1 q^6 = a_1 + 3d & (2) \\ t_9 = a_{12} & t_1 q^8 = a_1 + 11d & (3) \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2) - (1) \begin{cases} t_1(q^6 - 1) = 2d \\ (3) - (2) \begin{cases} t_1 q^6(q^2 - 1) = 8d \end{cases} \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم بر هم}} q^2 = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow t_1 + t_5 + t_9 = 84$$

$$\Rightarrow t_1 + t_1 q^6 + t_1 q^8 = t_1 + 4t_1 + 16t_1 = 84$$

$$\Rightarrow 21t_1 = 84 \Rightarrow t_1 = 4 \xrightarrow{t_1(q^2-1)=2d} d = \frac{4(4-1)}{2} = 6$$

$$a_7 = t_1 = 4$$

در دنباله حسابی، جملات سوم و هشتم برابر هستند با:

$$a_7 = a_7 + d = 10 \quad \text{و} \quad a_8 = a_7 + 6d = 40$$

اختلاف واسطه‌های حسابی و هندسی به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{cases} \text{واسطه حسابی} = \frac{10+40}{2} = 25 \\ \text{واسطه هندسی} = \sqrt{10 \times 40} = 20 \end{cases} \Rightarrow 25 - 20 = 5$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

## ۲۶- گزینه «۲»

(نیما مهندس)

طبق رابطه  $S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$  در یک دنباله حسابی خواهیم داشت:

$$\begin{cases} S_{2n} = \frac{2n}{2} (a_1 + a_{2n}) = n(2a_1 + 2nd - d) \\ 2S_n = 2 \times \frac{n}{2} (a_1 + a_n) = n(2a_1 + nd - d) \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{2n} - 2S_n = n^2 d$$

پس جملات دنباله داده شده به صورت زیر خواهند بود:

$$25d, 100d, 400d, \dots$$

مشخص است که این دنباله، یک دنباله هندسی با قدرنسبت  $q = 4$  است.

حالا از رابطه مجموع  $n$  جمله اول در دنباله هندسی استفاده می‌کنیم:

مقدار B را نیز به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$B = \frac{3\sqrt{2} + 3\sqrt{14}}{4\sqrt{2} + \sqrt{14}} = \frac{3\sqrt{2}(1 + \sqrt{7})}{\sqrt{2}(4 + \sqrt{7})}$$

$$= \frac{3(1 + \sqrt{7})}{4 + \sqrt{7}} \times \frac{4 - \sqrt{7}}{4 - \sqrt{7}} = \frac{3(-3 + 3\sqrt{7})}{16 - 7} = \frac{3(-3 + 3\sqrt{7})}{9} = \sqrt{7} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B+1} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = 2$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

(سینا خیرخواه)

۲۹- گزینه «۲»

بعد از تجزیه پراتنز وسطی، از اتحاد چاق و لاغر استفاده می‌کنیم:

$$M = \frac{(16x^2 - 4x + 1)(4x + 1)(4x - 1)(16x^2 + 4x + 1) + 1}{(4x)^2 + (1)^2} = \frac{(16x^2 - 4x + 1)(4x + 1)(4x - 1)(16x^2 + 4x + 1) + 1}{(4x)^2 - (1)^2}$$

$$= (64x^3 + 1)(64x^3 - 1) + 1$$

$$M = (64x^3)^2 - (1)^2 + 1 = 2^{12} \times x^6 = 2^{12} \times \left(\frac{-1}{4}\right)^6$$

$$= 2^{12} \times \left(\frac{-1}{4}\right)^2 = 2^{12} \times \frac{1}{4} = 2^8 = 256$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

(داود عسین‌پور)

۳۰- گزینه «۲»

$$A = \frac{5(\sqrt{2} + 1)^{-1}}{B} + \frac{7 + 4\sqrt{2}}{C}$$

$$B = \frac{5}{\sqrt{2} + 1} \times \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{5\sqrt{2} - 5}{2 - 1} = 5\sqrt{2} - 5$$

$$C = \frac{7 + 4\sqrt{2}}{3 + 2\sqrt{2}} \times \frac{3 - 2\sqrt{2}}{3 - 2\sqrt{2}} = \frac{21 - 14\sqrt{2} + 12\sqrt{2} - 16}{9 - 8}$$

$$= 5 - 2\sqrt{2}$$

$$A = B + C = 5\sqrt{2} - 5 + 5 - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}A = \sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 6$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۰ تا ۶۷)

$$\text{مجموع ۱۲ جمله اول} = \frac{t_1(q^{12} - 1)}{q - 1}$$

$$\text{مجموع ۶ جمله دوم} = \frac{t_1(q^6 - 1)}{q - 1}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{مجموع ۱۲ جمله اول}}{\text{مجموع ۶ جمله اول}} = \frac{t_1(q^{12} - 1)}{t_1(q^6 - 1)} = \frac{q^6 + 1}{q^6} = 1 + \left(\frac{1}{q}\right)^6$$

چون  $q = 4$ ، پس طبق فرض:

$$m = 1 + \left(\frac{1}{4}\right)^6 \Rightarrow (m - 1)^{\frac{1}{2}} = \left(\left(\frac{1}{4}\right)^6\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

(مسایان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۳ تا ۵)

(شاهین پروازی)

۲۷- گزینه «۱»

$$A = \sqrt[4]{4 - \sqrt{15}} - \sqrt[4]{4 + \sqrt{15}}$$

$$\xrightarrow[\text{توان ۲}]{A < 0} A^2 = \sqrt{4 - \sqrt{15}} + \sqrt{4 + \sqrt{15}}$$

$$-2\sqrt{(4 - \sqrt{15})(4 + \sqrt{15})}$$

$$\Rightarrow A^2 + 2 = \sqrt{4 - \sqrt{15}} + \sqrt{4 + \sqrt{15}}$$

$$\xrightarrow[\text{توان ۲}]{(A^2 + 2)^2} (A^2 + 2)^2 = 4 - \sqrt{15} + 4 + \sqrt{15} + 2\sqrt{16 - 15} = 10$$

$$(A^2 + 2)^2 = 10 \Rightarrow A^2 + 2 = \sqrt{10} \Rightarrow A^2 = \sqrt{10} - 2$$

$$\xrightarrow[A < 0]{A} A = -\sqrt{\sqrt{10} - 2} = -\sqrt{\sqrt{2}\sqrt{5} - \sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow x = -\sqrt[4]{2}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

(نیما مهندس)

۲۸- گزینه «۴»

ابتدا مقدار حاصل  $\sqrt{5} + \sqrt{21}$  را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\sqrt{5} + \sqrt{21} = \sqrt{\frac{10 + 2\sqrt{21}}{2}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{7} \cdot \sqrt{3}}{2}}$$

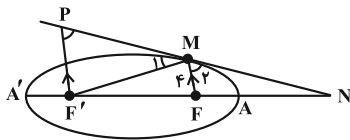
$$\sqrt{\frac{(\sqrt{7} + \sqrt{3})^2}{2}} = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

به همین ترتیب می‌توان نشان داد  $\sqrt{5} - \sqrt{21} = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ ، پس:

$$A = \left(\frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right) \times (2^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \times (\sqrt{2}) = 2\sqrt{7}$$





مطابق شکل، فاصله نقطه M از کانون F برابر ۴ است، لذا طبق تعریف بیضی داریم:  $MF + MF' = 2a \Rightarrow 4 + MF' = 12 \Rightarrow MF' = 8$

$$FF' = 2c = 4\sqrt{5}$$

پاره خط  $F'P$  را موازی FM رسم می‌کنیم. می‌دانیم:  $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$

و  $\hat{P} = \hat{M}_1$  پس  $\hat{P} = \hat{M}_1$  و از آنجا  $F'P = 8$  طبق قضیه تالس می‌توانیم

بنویسیم:

$$\frac{NF}{NF'} = \frac{FM}{F'P} \Rightarrow \frac{NF}{NF + 4\sqrt{5}} = \frac{4}{8}$$

$$\Rightarrow 2NF = NF + 4\sqrt{5} \Rightarrow NF = 4\sqrt{5}$$

فاصله N تا دورترین رأس بیضی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$NA' = NF + FF' + F'A' = NF + 2c + (a - c)$$

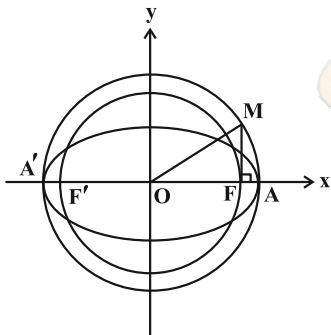
$$= 4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 6 = 6\sqrt{5} + 6$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۳۷ تا ۵۰)

(امد رضا فلاح)

گزینه «۲» ۳۴

با توجه به شکل داریم:



$$\begin{cases} OM = R = a \\ OF = c \end{cases} \Rightarrow MF^2 + OF^2 = OM^2$$

$$\Rightarrow MF^2 = a^2 - c^2 = b^2 \Rightarrow MF = b$$

شیب خط d یعنی  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  همان تانژانت زاویه OM با محور Ox یعنی  $30^\circ$  می‌باشد:

$$\Delta OMF : \tan 30^\circ = \frac{MF}{OF} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{b}{\sqrt{3}} \Rightarrow b = 1$$

طبق شکل، شعاع دایره کوچک‌تر همان مقدار c می‌باشد، پس:

$$a^2 = b^2 + c^2 = 1 + 3 = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow \text{خروج از مرکز بیضی} : e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۳۷ تا ۴۹)

هندسه ۳

گزینه «۲» ۳۱

(امیرمسین ابومصوب)

اگر نقطه M خارج از بیضی نباشد، آن‌گاه داخل یا روی بیضی است و در نتیجه  $MF + MF' \leq 2a$ .

$$2a = AA' = |1 - (-5)| = 6$$

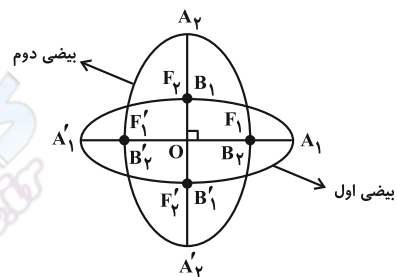
بنابراین بیشترین مقدار برای  $MF + MF'$  برابر  $2a = 6$  است.

(هندسه ۳- صفحه‌های ۳۷ تا ۴۹)

گزینه «۴» ۳۲

(مهررادر ملونری)

مطابق شکل زیر، دو بیضی مذکور هم‌مرکز بوده و قطر بزرگ آن‌ها بر هم عمودند.



با توجه به فرض، قطر کوچک و فاصله کانونی از بیضی اول به ترتیب فاصله

کانونی و قطر کوچک از بیضی دوم است و داریم:

$$\begin{cases} B_1B'_1 = F_2F'_2 \Rightarrow 2b_1 = 2c_2 \Rightarrow b_1 = c_2 \\ F_1F'_1 = B_2B'_2 \Rightarrow 2c_1 = 2b_2 \Rightarrow c_1 = b_2 \end{cases}$$

از رابطه  $a^2 = b^2 + c^2$  نتیجه می‌شود که قطر بزرگ هر دو بیضی هم‌اندازه‌اند

و لذا  $a_1 = a_2$ . خروج از مرکز بیضی دوم را به صورت زیر می‌یابیم:

$$e_2 = \frac{c_2}{a_2} = \frac{b_1}{a_1} = \frac{b_1^2}{a_1^2} \rightarrow e_2 = \sqrt{1 - \frac{c_1^2}{a_1^2}}$$

$$\Rightarrow e_2 = \sqrt{1 - e_1^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۳۷ تا ۴۹)

گزینه «۳» ۳۳

(امد رضا فلاح)

طبق فرض داریم:

$$\text{خروج از مرکز} : e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow c = \frac{\sqrt{5}}{3} a$$

$$\text{از طرفی} : 2b = 8 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 \Rightarrow 16 = a^2 - \frac{5}{9}a^2$$

$$\Rightarrow \frac{4}{9}a^2 = 16 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow c = \frac{\sqrt{5}}{3} \times 6 = 2\sqrt{5}$$

$$y_O = \frac{19 + (-5)}{2} = 7$$

از طرفی طول مرکز بیضی قائم با طول هر کدام از کانون‌ها برابر است، یعنی  $x_O = x_F = -7$ . در این صورت  $O(-7, 7)$  مرکز و  $F'(-7, -5)$  و  $F(-7, 7)$  کانون دیگر بیضی خواهد بود. با در نظر گرفتن  $MF = 7$  و  $FF' = 24$ ، در مثل قائم‌الزاویه  $MF'F$  داریم:

$$MF'^2 = MF^2 + FF'^2 = 7^2 + 24^2 = 25^2 \Rightarrow MF' = 25$$

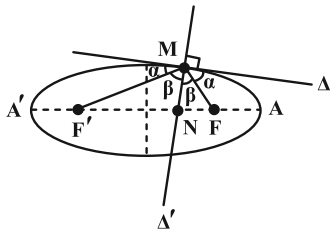
از طرفی مجموع فواصل هر نقطه واقع بر بیضی از دو کانون آن، برابر طول قطر بزرگ بیضی است. پس داریم:  $2a = MF + MF' = 7 + 25 = 32$

(هنر سه - صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

(سوکندر روشنی)

۳۸ - گزینه «۱»

نقطه  $M$  را به کانون‌های  $F$  و  $F'$  وصل می‌کنیم. مطابق شکل، دو جفت زاویه برابر خواهیم داشت.



$$\begin{aligned} \Delta_{MF'F} \text{ قضیه نیمسازها در } \Delta_{MF'F}: \frac{MF}{MF'} &= \frac{NF}{NF'} \\ \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{MF}{MF + MF'} &= \frac{NF}{NF + NF'} \\ \Rightarrow \frac{MF}{2a} = \frac{NF}{2c} &\Rightarrow \frac{NF}{MF} = \frac{c}{a} \quad (1) \end{aligned}$$

از طرفی طبق فرض،  $A(5, 2)$  و  $F'(-4, 2)$ ، در نتیجه  $c + a = 9$  است. همچنین طبق فرض  $a - c = 3$ ، پس:

$$\begin{cases} a + c = 9 \\ a - c = 3 \end{cases} \Rightarrow 2a = 12 \Rightarrow a = 6 \xrightarrow{c+a=9} c = 3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{NF}{MF} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5$$

(هنر سه - صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

(هومن عقیلی)

۳۹ - گزینه «۱»

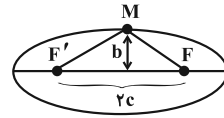
طبق قضیه بازتابندگی بیضی، پرتو انعکاس از کانون  $F$  خواهد گذشت و داریم:  $\hat{M}_1 = \hat{M}_2 = \theta$ . همچنین:

$$\begin{cases} MF + MF' = 2a \Rightarrow 3 + MF' = 8 \Rightarrow MF' = 5 \\ FF' = 7 \end{cases}$$

۳۵ - گزینه «۲»

(اسحاق اسفندیاری)

نقطه  $M$  روی بیضی قرار دارد، لذا بنا به تعریف بیضی  $MF + MF' = 2a$  است. از طرفی محیط مثلث  $MF'F$  برابر با  $MF + MF' + FF' = 20$  است. در نتیجه:



مطابق شکل، بیشترین مساحت  $MF'F$  موقعی به دست می‌آید که  $M$  یکی از دو سر قطر کوچک (نقاط  $B$  و  $B'$ ) باشد، در این صورت:

$$b^2 = a^2 - c^2 = (a-c)(a+c) = \left(\frac{10}{2}\right)^2 \Rightarrow a-c = \frac{5}{2}$$

از روابط  $a+c=10$  و  $a-c=\frac{5}{2}$  مقدار  $c = \frac{15}{4}$  به دست می‌آید و در نتیجه:

$$\max(S_{MF'F}) = \frac{1}{2}b(2c) = bc = \frac{5}{2} \times \frac{15}{4} = \frac{75}{4} = 18.75$$

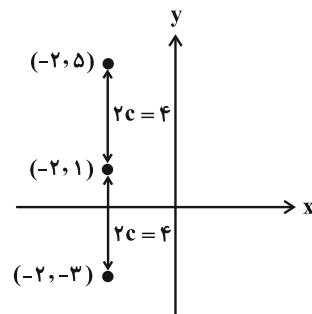
(هنر سه - صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۳۶ - گزینه «۴»

(افشین فاضل‌فان)

با توجه به فرض داریم:

$$\begin{cases} 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \\ 2b = 2\sqrt{5} \Rightarrow b = \sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{9 - 5} = 2$$



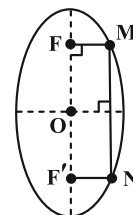
مطابق فعالیت ۴ صفحه ۵۰ کتاب درسی هندسه ۳، اگر بدنه داخلی بیضی، آینه‌ای باشد و از یکی از کانون‌های بیضی، اشعه نوری بر بدنه داخلی بیضی تابیده شود، انعکاس نور از کانون دیگر خواهد گذشت. چون بیضی قائم است و  $c = 2$ ، لذا کانون‌های دیگر  $(-2, -3)$  یا  $(-2, 5)$  می‌تواند باشد.

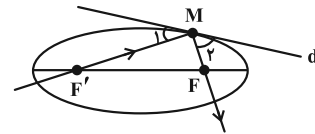
(هنر سه - صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

۳۷ - گزینه «۳»

(شبنم غلامی)

مطابق شکل فرض کنید نقاط برخورد محور  $y$  با بیضی را  $M$  و  $N$  بنامیم. مرکز بیضی (نقطه  $O$ ) روی عمودمنصف پاره خط  $MN$  واقع است، یعنی داریم:





در مثلث  $MFF'$  قضیه کسینوس ها را می نویسیم:

$$FF'^2 = MF'^2 + MF^2 - 2MF' \times MF \times \cos \hat{F}'MF$$

$$49 = 25 + 9 - 2 \times 5 \times 3 \times \cos \hat{F}'MF$$

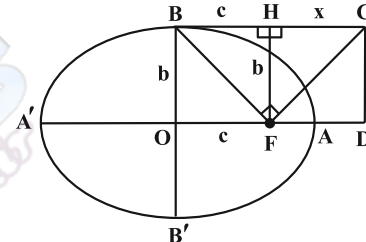
$$\Rightarrow \cos \hat{F}'MF = -\frac{1}{2} \Rightarrow \hat{F}'MF = 120^\circ \Rightarrow \hat{\theta} = 30^\circ$$

(هنر سه - صفحه های ۳۷ تا ۵۰)

۴۰ - گزینه «۲»

(هومن عقیلی)

از  $F$  عمود  $FH$  را بر  $BC$  رسم می کنیم. مطابق شکل داریم:



$$FH = b, \quad BH = c, \quad HC = x = FD$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویه  $BFC$  داریم:

$$b^2 = c \cdot x \Rightarrow x = \frac{b^2}{c}$$

از طرفی خروج از مرکز بیضی برابر  $e = \frac{c}{a}$  است. پس:

$$OD = c + x = c + \frac{b^2}{c} = \frac{c^2 + b^2}{c} = \frac{a^2}{c} = \frac{a \cdot a}{c} = \frac{a}{e}$$

(هنر سه - صفحه های ۳۷ تا ۳۹)

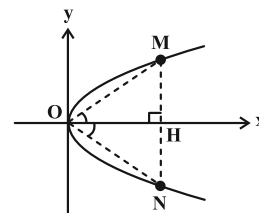
هندسه ۳ - پیشروی سریع

۴۱ - گزینه «۳»

(مهرادر ملونری)

توجه داشته باشید که با انتقال رأس سهمی  $y - 1 = x + 1$  به مبدأ مختصات، تغییری در خواسته سؤال پدید نمی آید. شکل زیر، نمودار سهمی به

معادله  $y^2 = x$  می باشد که در آن مثلث مورد نظر رسم شده است:



در مثلث متساوی الاضلاع  $OMN$ ، ارتفاع است، لذا با

فرض  $MN = m$  داریم:  $MH = \frac{m}{2}$  و  $OH = \frac{m\sqrt{3}}{2}$

مختصات نقطه  $M$  به صورت  $(\frac{m\sqrt{3}}{2}, \frac{m}{2})$  می شود که در معادله سهمی

جای گذاری می کنیم:

$$(\frac{m}{2})^2 = \frac{m\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{m^2}{4} = \frac{m\sqrt{3}}{2} \Rightarrow m = 2\sqrt{3}$$

طول ضلع مثلث مورد نظر برابر  $2\sqrt{3}$  است.

(هنر سه - صفحه های ۵۰ تا ۵۴)

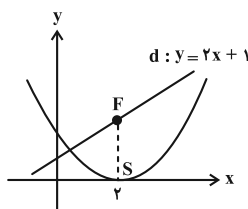
۴۲ - گزینه «۲»

(امیررضا فلاح)

مطابق شکل، رأس سهمی نقطه  $S(2, 0)$  می باشد، بنابراین طول کانون

سهمی نیز عدد ۲ است یعنی  $F(2, y)$  و طبق فرض داریم:

$$F(2, y) \xrightarrow{y=2x+1} y = 5$$



مختصات کانون  $F(2, 5)$  بوده و لذا فاصله  $S$  تا  $F$  برابر ۵ می باشد پس  $a = 5$ .

معادله این سهمی به صورت  $(x-2)^2 = 4 \times 5(y-0)$  می شود. برای تعیین

مختصات برخورد این منحنی با محور  $y$  ها، مؤلفه  $x$  را در معادله برابر صفر

$$(0-2)^2 = 20y \Rightarrow y = \frac{1}{5}$$

قرار می دهیم:

(هنر سه - صفحه های ۵۰ تا ۵۴)

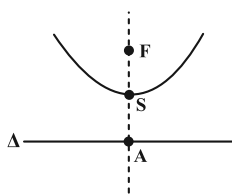
۴۳ - گزینه «۱»

(امیررضا فلاح)

در سهمی قائم مذکور، اگر  $S(h, k)$  مختصات رأس باشد،

آن گاه  $F(h, k+a)$  کانون و  $\Delta: y = k - a$  خط هادی سهمی می باشد

پس مختصات نقطه  $A$  به صورت زیر است:  $A(2=h, -2=k-a)$



معادله سهمی به صورت  $(x-2)^2 = 4a(y-k)$  می باشد، لذا مختصات

نقطه  $M$  را در آن صدق می دهیم:

$$M(4, 0) \in \text{سهمی} \Rightarrow (4-2)^2 = 4a(0-k) \Rightarrow -1 = ak$$



با توجه به شکل، نقاط برخورد نمودار سهمی را با محورهای مختصات می‌یابیم:

$$\xrightarrow{x=0} \begin{cases} y-2 = \sqrt{12} \\ y-2 = -\sqrt{12} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_B = 2 + 2\sqrt{3} \\ y_C = 2 - 2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow BC = 4\sqrt{3}$$

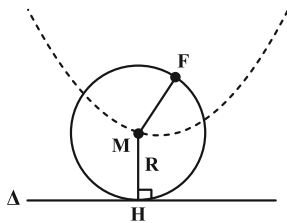
$$\xrightarrow{y=0} 4 = 4x + 12 \Rightarrow x_A = -2$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} OA \times BC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۴۶- گزینه «۲» (سرر یقیازاریان تبریزی)

فرض می‌کنیم دایره  $(M, R)$  از نقطه  $F$  (کانون سهمی) گذشته و بر خط  $\Delta$  مماس است. بنابراین مرکز آن از نقطه  $F$  و خط  $\Delta$  به یک فاصله است  $(MF = MH = R)$ . بنابراین نقطه  $M$  روی سهمی به کانون  $F$  و خط هادی  $\Delta$  قرار دارد. برعکس، می‌توان گفت اگر نقطه  $M$  روی سهمی به کانون  $F$  و هادی  $\Delta$  قرار داشته باشد، آن‌گاه از نقطه  $F$  و خط  $\Delta$  به یک فاصله است، پس دایره به مرکز  $M$  و به شعاع این فاصله، بر خط  $\Delta$  مماس است و از  $F$  می‌گذرد.



$$\text{معادله سهمی: } (x-1)^2 = \frac{2}{3}y$$

این سهمی قائم با دهانه رو به بالا می‌باشد که رأس آن  $(1, 0)$  است

$$a = \frac{1}{4} \left( \frac{2}{3} \right) = \frac{1}{6}$$

و فاصله کانونی آن برابر است با:

$$\text{خط هادی سهمی قائم: } y = \beta - a \Rightarrow y = 0 - \frac{1}{6} \Rightarrow y = -\frac{1}{6}$$

بنابراین این دایره همواره بر خط  $6y + 1 = 0$  مماس است.

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۴۷- گزینه «۱» (علی ایمانی)

با توجه به این که سهمی افقی است پس  $n = 3$  و  $FS = a = 4$  و همچنین دهانه آن رو به راست می‌شود. بنابراین معادله سهمی به صورت  $(y-3)^2 = 16(x-m)$  خواهد بود.

چون سهمی از نقطه  $(0, -1)$  می‌گذرد، خواهیم داشت:

$$(-1-3)^2 = -16m \Rightarrow m = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k - a = -2 \\ -1 = ak \Rightarrow a = -\frac{1}{k} \end{cases}$$

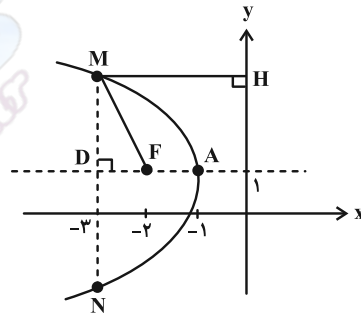
$$\Rightarrow k + \frac{1}{k} = -2 \Rightarrow k = -1 \Rightarrow a = 1$$

پس مختصات کانون این سهمی  $F(h=2, k+a=0)$  می‌شود و در نتیجه کانون سهمی روی محور  $x$  ها قرار دارد.

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۴۴- گزینه «۳» (اسحاق اسفندیار)

نوع سهمی، افقی بوده و دهانه آن رو به سمت چپ باز می‌شود. همچنین رأس سهمی  $A(-1, 1)$  و فاصله کانونی  $a = 1$  می‌شود، پس مختصات کانون سهمی  $F(-2, 1)$  و محور  $y$  ها، خط هادی سهمی خواهد بود. قرینه نقطه  $A$  نسبت به نقطه  $F$ ، نقطه  $D(-3, 1)$  می‌باشد.



نقطه  $M$  روی سهمی قرار دارد، پس طبق تعریف سهمی داریم:

$$MH = MF = 3$$

در مثلث قائم‌الزاویه  $DMF$  داریم:

$$DM^2 = MF^2 - DF^2 = 9 - 1 = 8 \Rightarrow DM = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow MN = 2DM = 4\sqrt{2}$$

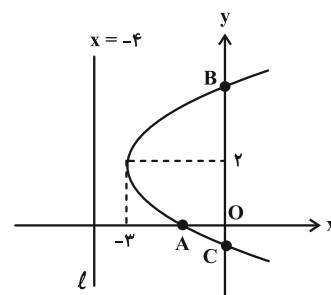
(هنر سه ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۴۵- گزینه «۴» (افشین فاضله‌فان)

با توجه به معلومات مسئله، منحنی یک سهمی افقی رو به راست است که مختصات

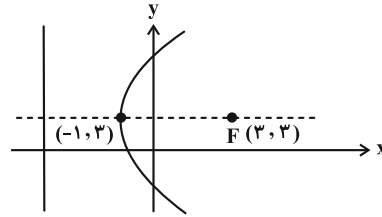
$$\text{رأس آن } (2, 2) \text{ و فاصله کانونی آن } a = \frac{-2 - (-4)}{2} = 1 \text{ می‌باشد.}$$

بنابراین معادله سهمی برابر خواهد بود با:  $(y-2)^2 = 4(1)(x+3)$





نمودار سهمی به صورت زیر خواهد بود:



خط هادی :  $x = -1 - 4 = -5$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

گزینه «۴» -۴۸

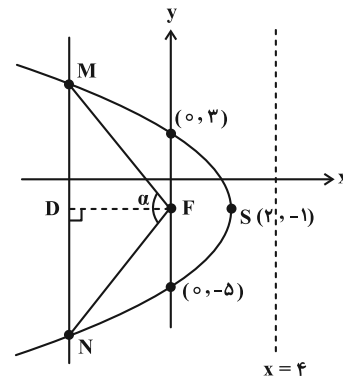
(نیما مهندس)

سهمی مذکور افقی است که دهانه آن رو به سمت چپ باز می‌شود. رأس سهمی  $S(2, -1)$  و  $a=2$  است، پس  $F(0, -1)$  کانون و  $x=4$  معادله خط هادی است. فاصله نقاط  $M$  و  $N$  از خط هادی سهمی به معادله  $x=4$  برابر ۱۲ است. این دو نقطه روی سهمی قرار دارند، پس بنابر تعریف سهمی داریم:

با توجه به شکل، برای پیدا کردن  $\tan \frac{\alpha}{2}$ ، با توجه به متساوی‌الساقین بودن مثلث  $MFN$ ، سراغ محاسبه طول  $DM$  به کمک قضیه فیثاغورس می‌رویم:

$$F(0, -1) \Rightarrow DM = \sqrt{MF^2 - FD^2} = \sqrt{12^2 - 8^2} = 4\sqrt{5}$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{DM}{DF} = \frac{4\sqrt{5}}{8} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$



\* توجه کنید که  $FD$  هم ارتفاع، هم میانه و هم نیمساز است. پس طول  $DM$  را می‌توانستیم به کمک محاسبه طول  $MN$  از قرار دادن  $x=-8$  در معادله سهمی نیز به دست آوریم.

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

گزینه «۲» -۴۹

(هومن عقیلی)

از صورت سؤال متوجه می‌شویم که نوع سهمی افقی است و چون نقطه  $A(9, 7)$  سمت راست خط هادی قرار دارد، پس دهانه آن رو به راست است. مختصات رأس سهمی به صورت  $S(4+a, 4)$  و معادله

$$(y-4)^2 = fa(x-4-a) \quad \text{سهمی عبارتست از:}$$

نقطه  $A(9, 7)$  در معادله سهمی صدق می‌کند، در نتیجه:

$$9 = fa(5-a) \Rightarrow fa^2 - 20a + 9 = 0$$

$$\Rightarrow a = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = 0/5 \\ a = 4/5 \end{cases}$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

گزینه «۳» -۵۰

(امیرحسین ایوب‌میوب)

مطابق شکل، وتر کانونی سهمی (پاره‌خطی که دو سر آن روی سهمی قرار دارد و در کانون سهمی بر محور آن عمود است)، دقیقاً بر وتر کانونی بیضی منطبق شده است. اگر طول قطرهای بزرگ و کوچک بیضی را به ترتیب با  $2a$  و  $2b$  و فاصله کانونی سهمی را با  $m$  نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$\begin{cases} 2a = 12 \Rightarrow a = 6 \\ 2b = 8 \Rightarrow b = 4 \end{cases}$$

$$fm = \frac{2b^2}{a} \Rightarrow fm = \frac{2 \times 4^2}{6} \Rightarrow m = \frac{4}{3}$$

وتر کانونی سهمی      وتر کانونی بیضی

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

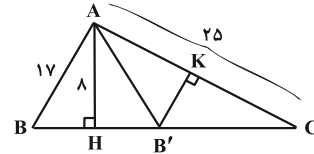
هندسه ۲

۵۱- گزینه «۲»

(نیمه معین)

دو مثلث  $ABH$  و  $AB'H$  بنابر خاصیت تبدیل بازتاب با یکدیگر

هم‌نهشت‌اند. پس:



$$\begin{cases} B'H = BH = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15 \\ CH = \sqrt{25^2 - 8^2} = \sqrt{561} \approx 23/5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow B'C \approx 23/5 - 15 = 8/5$$

می‌دانیم کوتاه‌ترین ارتفاع مثلث نظیر بلندترین ضلع مثلث است. در

مثلث  $AB'C$ ، ضلع  $AC = 25$  بلندترین ضلع است. پس مطابق شکل،

ارتفاع  $B'K$  کوتاه‌ترین ارتفاع است که اندازه آن به صورت زیر به دست

می‌آید:

$$2S_{AB'C} = AH \times B'C = B'K \times AC \Rightarrow B'K \approx \frac{8 \times 8/5}{25}$$

$$\Rightarrow B'K \approx \frac{64}{25} = 2/7$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

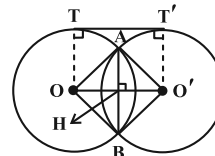
۵۲- گزینه «۲»

(فرزانه فاکپاش)

انتقال تبدیلی طولی‌است، پس شعاع دایره تحت انتقال تغییر نمی‌کند و در

نتیجه داریم:

$$R = R' \Rightarrow a - 1 = 7 - a \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow R = R' = 3$$



چون دو دایره دارای شعاع‌های برابر هستند، پس طول خط‌المركزین دو دایره

برابر طول مماس مشترک خارجی آن‌ها یعنی  $d = 4$  است. مطابق شکل

مثلث  $OAO'$  متساوی‌الساقین است و در نتیجه داریم

$$OH = O'H = \frac{d}{2} = 2$$

$$\triangle OAH : AH^2 = OA^2 - OH^2 = 3^2 - 2^2 = 5 \Rightarrow AH = \sqrt{5}$$

بنابراین طول وتر مشترک دو دایره برابر است با:

$$AB = 2AH = 2\sqrt{5}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۵۳- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومعویب)

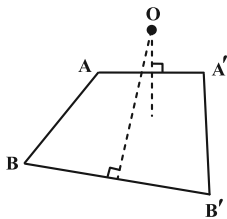
فرض کنید نقطه  $O$  مرکز دوران باشد. در این صورت  $OA = OA'$

یعنی  $A$  و  $A'$  از  $O$  به یک فاصله و  $B$  و  $B'$  نیز

از  $O$  به یک فاصله هستند. بنابراین  $O$  روی عمودمنصف  $AA'$  و نیز روی

عمودمنصف  $BB'$  قرار دارد. پس  $O$  محل تلاقی عمودمنصف‌های دو

پاره‌خط  $AA'$  و  $BB'$  است.



(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

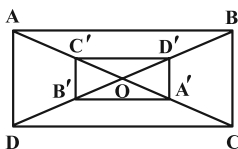
۵۴- گزینه «۳»

(فرزانه فاکپاش)

فرض کنیم طول و عرض مستطیل بزرگ‌تر به ترتیب برابر  $x$  و  $y$  باشند.

ابتدا به کمک نسبت تجانس و مساحت ناحیه بین دو مستطیل، مساحت

مستطیل  $ABCD$  را محاسبه می‌کنیم.



$$\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = k^2 \Rightarrow \frac{S'}{S} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow S' = \frac{1}{9}S$$

$$S - S' = \text{مساحت ناحیه بین دو مستطیل}$$

$$\Rightarrow 64 = S - \frac{1}{9}S \Rightarrow \frac{8}{9}S = 64 \Rightarrow S = 72$$

بنابراین داریم:

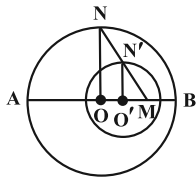
$$\left. \begin{aligned} \sqrt{x^2 + y^2} &= 6\sqrt{5} \Rightarrow x^2 + y^2 = 180 \\ xy &= 72 \Rightarrow 2xy = 144 \end{aligned} \right\}$$

(امیرمسین ابومیبوب)

۵۶- گزینه «۱»

ابتدا وضعیت دو دایره را مشخص می‌کنیم. با فرض  $R = 6$ ،  $R' = 3$  و  $d = 2$  داریم:

دو دایره متداخل‌اند  $\Rightarrow d < |R - R'| \Rightarrow 2 < |6 - 3|$   
 مطابق شکل مرکز تجانس مستقیم دو دایره روی امتداد خط‌المركزین دو دایره است که آن را با نقطه  $M$  نمایش می‌دهیم. اگر  $MO' = x$  فرض شود، آن‌گاه داریم:



$$\triangle MON : O'N' \parallel ON \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{MO'}{MO} = \frac{O'N'}{ON}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x+2} = \frac{3}{6} \Rightarrow 6x = 3x+6 \Rightarrow x = 2$$

حال طول قطعات  $MA$  و  $MB$  و نسبت آن‌ها را محاسبه می‌کنیم.

$$MA = AO + OO' + O'M = 6 + 2 + 2 = 10$$

$$MB = AB - MA = 12 - 10 = 2$$

$$\frac{MB}{MA} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

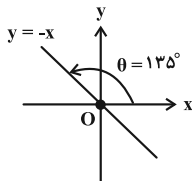
(مهرراز مالونزی)

۵۷- گزینه «۲»

طبق تمرین ۵ صفحه ۴۳ کتاب درسی هندسه (۲)، تبدیل معادل با دو بازتاب متوالی با محورهای متقاطع برابر است با دوران به مرکز «محل تقاطع دو محور» و زاویه‌ای به اندازه «دو برابر زاویه بین دو محور».

مطابق فرض، ابتدا بازتاب نسبت به محور  $X$  ها و سپس نسبت به خط  $y = -x$  انجام می‌دهیم. پس با توجه به شکل، تبدیل  $S$ ، دورانی به

مرکز  $O$  (مبدأ) و زاویه  $\theta = 2\gamma = 27^\circ$  است.



توجه: زاویه  $27^\circ + 27^\circ$  معادل با زاویه  $9^\circ$  در جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌باشد.

(هنر سه ۲- تمرین ۵ صفحه ۴۳)

$$\rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 224 \Rightarrow (x+y)^2 = 224$$

$$\Rightarrow x+y = 18 \Rightarrow \text{محیط } ABCD = 2 \times 18 = 36$$

$$\frac{\text{محیط } A'B'C'D'}{\text{محیط } ABCD} = k \Rightarrow \frac{\text{محیط } A'B'C'D'}{36} = \frac{1}{3}$$

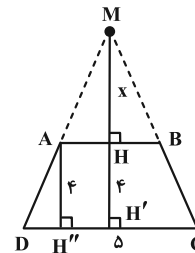
$$\Rightarrow \text{محیط } A'B'C'D' = 12$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

(میتبی مظاهری‌فر)

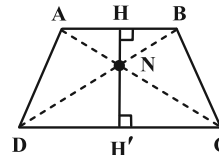
۵۵- گزینه «۳»

در شکل‌های زیر، نقاط  $M$  و  $N$  (مرکز تجانس مستقیم و معکوس) مشخص شده‌اند:



$$AB \parallel CD \Rightarrow \frac{MH}{MH'} = \frac{AB}{CD} = \frac{3}{5}$$

$$\xrightarrow{MH=x} \frac{x}{x+4} = \frac{3}{5} \Rightarrow x = 6 \Rightarrow MH = 6$$



$$AB \parallel CD \Rightarrow \triangle NAB \sim \triangle NCD$$

$$k = \frac{AB}{CD} = \frac{3}{5} \text{ (نسبت تشابه)}$$

نسبت ارتفاع‌های دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه است. داریم:

$$\frac{NH}{NH'} = \frac{3}{5}$$

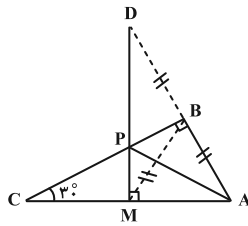
از طرفی  $NH + NH' = 4$  بنابراین داریم:

$$NH' = \frac{5}{3}NH \Rightarrow NH + \frac{5}{3}NH = 4 \Rightarrow \frac{8}{3}NH = 4$$

$$\Rightarrow NH = \frac{12}{8} = 1.5$$

$$MN = MH + NH = 6 + 1.5 = 7.5$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)



$$AB = 3 \xrightarrow{\hat{C}=30^\circ} AC = 6$$

$$\Delta AMD : \begin{cases} AM = \frac{AC}{2} = 3 \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} DM = 3\sqrt{3} \\ AD = 6 \end{cases}$$

در نتیجه کمترین مقدار برای محیط مثلث APM برابر می‌شود با:

$$AM + \underbrace{AP + PM}_{DM} = 3 + 3\sqrt{3} = 3(1 + \sqrt{3})$$

(هنر سه ۲- صفحه ۵۲)

(سرژ یقینازاریان تبریزی)

۶۰. گزینه «۴»

برای یافتن نقاط M و N، ابتدا نقطه B را با بردار  $\vec{u}$  به طول  $MN = 4$  و

موازی محور X ها به سمت چپ انتقال می‌دهیم تا نقطه B' به دست آید. سپس

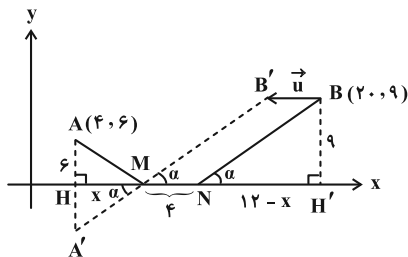
قرینه A نسبت به محور طول‌ها را A' می‌نامیم. با فرض  $HM = x$  داریم:

$$HH' = 20 - 4 = 16$$

$$NH' = HH' - (MH + MN) = 12 - x$$

با توجه به روش هرون، نقطه M از برخورد پاره‌خط A'B' با محور X ها به

دست می‌آید. طبق شکل داریم:



$$\Delta MA'H \sim \Delta NB'H \Rightarrow \frac{x}{12-x} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3x = -2x + 24 \Rightarrow x = 4/8$$

$$|MH - NH'| = |x - (12 - x)| = |2x - 12| = |9/6 - 12| = 2/4$$

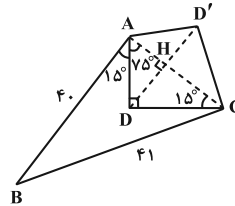
(هنر سه ۲- صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

(امیرحسین ابومبوب)

۵۸- گزینه «۱»

ابتدا به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث ABC، طول ضلع AC را محاسبه

می‌کنیم:



$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 41^2 - 40^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = \underbrace{(41-40)}_1 \underbrace{(41+40)}_{81} = 81 \Rightarrow AC = 9$$

برای افزایش مساحت زمین بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع، کافی است

بازتاب رأس D را نسبت به پاره‌خط AC به دست آوریم. میزان افزایش

مساحت برابر مساحت چهارضلعی ADCD' یا به عبارت دیگر دو برابر

مساحت مثلث ADC است. مطابق شکل یکی از زوایای مثلث

قائم‌الزاویه ADC برابر  $15^\circ$  است، پس در این مثلث طول ارتفاع وارد بر

$$\text{وتر، } \frac{1}{4} \text{ طول وتر است، یعنی داریم: } DH = \frac{1}{4} AC = \frac{9}{4}$$

$$\text{میزان افزایش مساحت} = 2S_{ADC} = 2 \times \frac{1}{2} DH \times AC$$

$$= \frac{9}{4} \times 9 = \frac{81}{4} = 20.25$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

(مهردار ملوندی)

۵۹- گزینه «۱»

طول پاره‌خط AM که ثابت است؛ لذا باید مقدار عبارت  $AP + PM$

کمترین مقدار ممکن باشد. طبق روش هرون، بازتاب A را نسبت به

ضلع BC، نقطه D می‌نامیم. نقطه مورد نظر P، محل برخورد DM با

ضلع BC بوده و  $AP + PM = DM$  است. چون  $\hat{C} = 30^\circ$ ، پس

$AB = \frac{1}{2} AC$  و در نتیجه  $BM = AB$ . از طرفی  $BD = AB$ ، پس

نوع مثلث AMD قائم‌الزاویه است (چرا؟) و داریم:



(امد رضا فلاح)

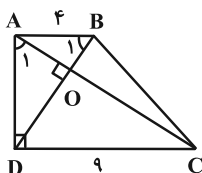
گزینه «۲» - ۶۳

مثلث‌های ABD و ACD با هم متشابه‌اند:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{D} = 90^\circ \\ \hat{B}_1 = \hat{A}_1 \text{ (چرا؟)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ACD$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow AD^2 = AB \times DC$$

$$\Rightarrow AD^2 = 4 \times 9 = 36 \Rightarrow AD = 6 \quad (\text{ارتفاع دوزنقه})$$



از طرفی مثلث‌های OAB و OCD نیز متشابه‌اند و نسبت تشابه آن‌ها همان

نسبت دو ضلع متناظر یعنی  $\frac{4}{9}$  می‌باشد. پس نسبت دو ارتفاع متناظر آن نیز  $\frac{4}{9}$

است. اگر  $h$  و  $h'$  ارتفاع (وارد بر وتر) در این دو مثلث باشند، آن‌گاه:

$$\frac{h}{h'} = \frac{4}{9} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{h}{h+h'} = \frac{4}{13}$$

$$\frac{h+h'}{13} = \frac{4}{13} \Rightarrow h+h' = AD = 6 \Rightarrow h = \frac{24}{13}$$

$$\Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2} AB \times h = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{24}{13} = \frac{48}{13}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن)

صفحه‌های ۳۸، ۳۹، ۴۵ و ۴۶

(شبنم غلامی)

گزینه «۴» - ۶۴

مطابق شکل می‌توانیم بنویسیم:

$$AB \parallel DC \Rightarrow \triangle AOB \sim \triangle COD \quad (\text{تساوی دو زاویه})$$

$$\Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{p}{q} = \frac{20}{35} = \frac{4}{7}$$

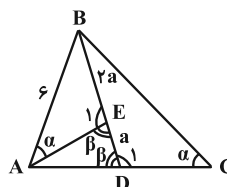
$$\Rightarrow \begin{cases} m = \frac{4}{7}n \\ p = \frac{4}{7}q \end{cases}$$

هندسه ۱

گزینه «۳» - ۶۱

(مهررادر ملونری)

با توجه به شکل داریم:



$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{E}_1 = 180^\circ - \beta \\ \hat{D}_1 = 180^\circ - \beta \end{array} \right. \Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{D}_1$$

دو مثلث ABE و CBD به حالت تساوی دو زاویه با هم متشابه‌اند و در

نتیجه داریم:

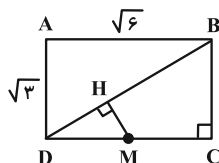
$$\frac{AB}{BC} = \frac{BE}{BD} \Rightarrow \frac{6}{BC} = \frac{2a}{3a} \Rightarrow BC = 9$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

(امد رضا فلاح)

گزینه «۳» - ۶۲

طول قطر مستطیل از قضیه فیثاغورس برابر ۳ به دست می‌آید و مطابق شکل:



$$DC = \sqrt{6} \Rightarrow DM = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

مثلث‌های DMH و BCD با هم متشابه‌اند زیرا:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{D} = \hat{D} \text{ مشترک} \\ \hat{H} = \hat{C} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} \triangle DMH \sim \triangle BCD$$

$$\Rightarrow \frac{DM}{DB} = \frac{MH}{BC} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{6}}{2}}{3} = \frac{MH}{\sqrt{3}}$$

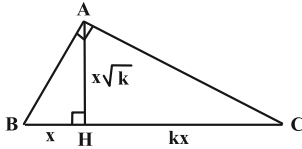
$$\Rightarrow MH = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

(انجمن فاضلان)

۶۶- گزینه «۱»

طبق روابط طولی در مثل قائم‌الزاویه ABC داریم:



$$\begin{cases} AB^2 = BH \times BC \\ AC^2 = CH \times BC \end{cases} \Rightarrow \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BH}{CH} = \frac{x}{kx} = \frac{1}{k}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \sqrt{\frac{1}{k}} = \frac{1}{\sqrt{k}}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه ۳۲ و ۳۹)

(مهردار ملونری)

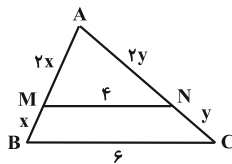
۶۷- گزینه «۳»

دو مثلث AMN و ABC با هم متشابه‌اند و طبق فرض داریم:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{AMN}} = k^2 \Rightarrow k^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \text{نسبت تشابه } k = \frac{3}{2}$$

با توجه به شکل زیر و فرض  $BM = x$  و  $CN = y$  داریم:

$$k = \frac{BC}{MN} = \frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} \Rightarrow \begin{cases} MN = 4 \\ AM = 2x \\ AN = 2y \end{cases}$$



همچنین طبق فرض، محیط‌های دوزنقه و مثلث کوچک‌تر با هم برابرند، پس:

$$x + 4 + y + 6 = 2x + 2y + 4 \Rightarrow x + y = 6$$

در نتیجه محیط مثلث ABC برابر می‌شود با:

$$AB + AC + BC = 2x + 2y + 6 = 2(x + y) + 6 = 24$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۹، ۳۵ و ۳۶)

(امیرسین ابومصوب)

۶۸- گزینه «۳»

طبق تعریف n ضلعی را محدب گوئیم، هرگاه با در نظر گرفتن خط شامل هر

ضلع آن، بقیه نقاط چندضلعی در یک طرف آن خط واقع شوند.

از طرفی طبق قضیه فیثاغورس در مثل قائم‌الزاویه OCD داریم:

$$OC^2 + OD^2 = CD^2 \Rightarrow n^2 + q^2 = 35^2$$

با جای گذاری مقادیر به دست آمده، عبارت خواسته شده به صورت زیر

محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} mn + pq &= \frac{4}{\sqrt{y}} n \times n + \frac{4}{\sqrt{y}} q \times q = \frac{4}{\sqrt{y}} (n^2 + q^2) \\ &= \frac{4}{\sqrt{y}} \times 35^2 = 700 \end{aligned}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸، ۳۹ و ۴۲)

(نیما مهندس)

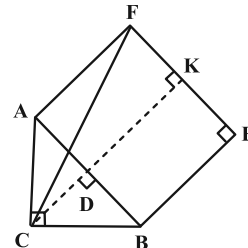
۶۵- گزینه «۴»

در مثلث ABC، ارتفاع وارد بر وتر (CD) را رسم می‌کنیم و امتداد

می‌دهیم تا بر ضلع EF نیز در نقطه K عمود شود. حالا طبق روابط طولی در

مثلث قائم‌الزاویه و همچنین قضیه فیثاغورس داریم:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow AB = 10$$



$$AC^2 = AD \cdot AB \Rightarrow AD = \frac{6^2}{10} = 3/6 \Rightarrow BD = 6/4$$

$$CD = \frac{AC \times BC}{AB} = \frac{6 \times 8}{10} = 4/8$$

چهارضلعی AFKD مستطیل است. پس  $FK = AD = 3/6$ . از طرفی

طول DK با هر یک از اضلاع مربع یا همان وتر مثلث برابر است. پس در

مثلث قائم‌الزاویه CFK داریم:

$$CF^2 = FK^2 + CK^2 \Rightarrow CF^2 = AD^2 + (CD + DK)^2$$

$$\Rightarrow CF^2 = 3/6^2 + (4/8 + 10)^2$$

$$\Rightarrow CF^2 = \left(\frac{36}{10}\right)^2 + \left(\frac{148}{10}\right)^2 = \frac{18^2 + 74^2}{5^2} = \frac{5800}{25} = 58 \times 4$$

$$\Rightarrow CF = 2\sqrt{58}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

بنابراین  $MN$  میانه وارد بر وتر در مثل قائم الزاویه  $BMC$  و اندازه آن نصف اندازه وتر است، یعنی داریم:

$$MN = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

از طرفی طبق قضیه میان خط در دوزنقه می توان نوشت:

$$MN = \frac{AB + CD}{2} = 4 \Rightarrow AB + CD = 8$$

بنابراین محیط دوزنقه  $ABCD$  برابر است با:

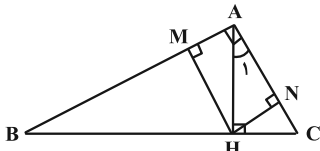
$$AD + BC + (AB + CD) = 8 + 8 + 8 = 24$$

(هنر سه ۱- پنر ضلعی ها؛ صفحه های ۶۰ تا ۶۳)

(امیرمسین ابومیبوب)

۷۰- گزینه «۳»

دو زاویه  $B$  و  $C$  متمم یکدیگرند، پس داریم:



$$\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \hat{B} + \delta \hat{B} = 90^\circ \Rightarrow \epsilon \hat{B} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B} = 15^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = 15^\circ$$

می دانیم اگر در یک مثلث قائم الزاویه، یکی از زوایای حاده  $15^\circ$  باشد، طول

ارتفاع وارد بر وتر،  $\frac{1}{4}$  طول وتر خواهد بود، بنابراین داریم:

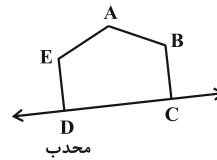
$$\Delta ABH : \hat{B} = 15^\circ \Rightarrow HM = \frac{1}{4} AB$$

$$\Delta ACH : \hat{A}_1 = 15^\circ \Rightarrow HN = \frac{1}{4} AC$$

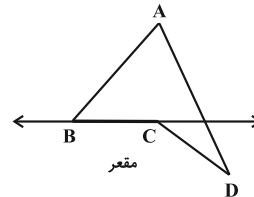
چهارضلعی  $AMHN$  مستطیل است، پس داریم:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{AMHN}} = \frac{\frac{1}{2} AB \times AC}{HM \times HN} = \frac{\frac{1}{2} AB \times AC}{\frac{1}{4} AB \times \frac{1}{4} AC} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{16}} = 8$$

(هنر سه ۱- پنر ضلعی ها؛ صفحه ۶۴)



هر چندضلعی را که محدب نباشد، مقعر می نامند.



با توجه به تعریف ارائه شده در  $n$  ضلعی محدب، هر زاویه داخلی کمتر

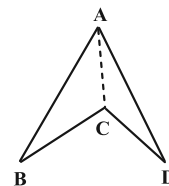
از  $180^\circ$  است و تمام نقاط پاره خطی که دو نقطه دلخواه درون چندضلعی را

به هم وصل می کند، درون چندضلعی قرار دارند. ولی به عنوان مثال نقض

گزینه «۳»، چهارضلعی  $ABCD$  در شکل زیر را در نظر بگیرید. با رسم

قطر  $AC$  در این چندضلعی، دو مثلث (چندضلعی محدب) ایجاد می شود.

ولی چندضلعی  $ABCD$  محدب نیست.



(هنر سه ۱- پنر ضلعی ها؛ صفحه های ۵۴ و ۵۵)

(شبنم غلامی)

۶۹- گزینه «۱»

چهارضلعی  $ABCD$ ، دوزنقه متساوی الساقین است، پس داریم:

$$BC = AD = 2AM = 2 \times 4 = 8$$

از نقطه  $M$ ، پاره خط  $MN$  را موازی با دو قاعده دوزنقه رسم می کنیم. طبق

قضیه تالس در دوزنقه داریم:

$$MN \parallel AB \parallel CD \Rightarrow \frac{BN}{NC} = \frac{AM}{MD} = 1$$



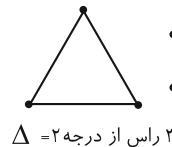
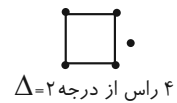
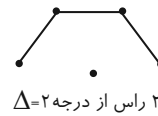
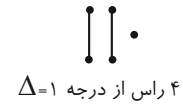


ریاضیات گسسته

گزینه «۴» -۷۱

(امیدرضا فلاح)

نمودار همه گراف‌های ساده مرتبه ۵ که عدد احاطه‌گری ۳ دارند به صورت زیر هستند:

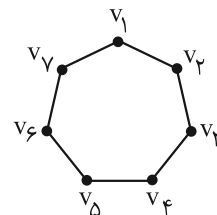


(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۴ تا ۴۷)

گزینه «۳» -۷۲

(افشین قاصدخان)

با توجه به نمودار گراف، مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم شامل رأس مشخص  $v_1$  عبارتند از:



$$\{v_1, v_2, v_5\}, \{v_1, v_3, v_5\}, \{v_1, v_3, v_6\}, \{v_1, v_4, v_5\}$$

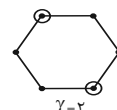
$$\{v_1, v_4, v_6\}, \{v_1, v_4, v_7\}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه ۴۵)

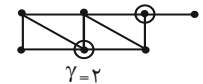
گزینه «۴» -۷۳

(سولدر روشنی)

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

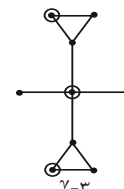


(۲)



(۱)

(۳) عدد احاطه‌گری  $\bar{C}_n$  همواره  $\gamma = 2$  است.



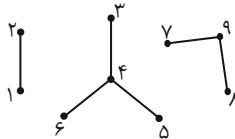
(۴)

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۴ تا ۴۷)

گزینه «۱» -۷۴

(علی ایمانی)

اگر رأس‌های گراف را مطابق شکل، شماره‌گذاری کنیم، تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال به صورت زیر به دست می‌آید:



$$A = \{1, 2\}, B = \{4\}, C = \{3, 5, 6\}, D = \{9\}, E = \{7, 8\}$$

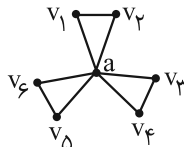
$$\binom{2}{1} \times \left[ \binom{1}{1} + \binom{3}{3} \right] \times \left[ \binom{1}{1} + \binom{2}{2} \right] = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۴ تا ۴۷)

گزینه «۳» -۷۵

(مصطفی دیداری)

مجموعه‌های احاطه‌گر را به صورت زیر حالت‌بندی می‌کنیم:  
(الف) مجموعه احاطه‌گر تک عضوی که فقط  $\{a\}$  است.



(ب) مجموعه احاطه‌گر دو عضوی شامل رأس  $a$  و یکی از ۶ رأس دیگر:

$$\text{به } \binom{6}{1} = 6 \text{ روش، این مجموعه را می‌توانیم انتخاب کنیم. (مثلاً } \{a, v_1\}, \{a, v_2\}, \dots \text{)}$$

(پ) مجموعه احاطه‌گر ۳ عضوی: مدل اول، رأس  $a$  به همراه دو رأس از ۶

$$\text{رأس دیگر که به } \binom{6}{2} = 15 \text{ روش، مجموعه این مدلی وجود دارد. مدل}$$

دیگر این است که از هر کدام از مجموعه‌های  $\{v_1, v_2\}, \{v_3, v_4\}, \{v_5, v_6\}$

$$\text{و } \{v_5, v_6\} \text{ یک رأس انتخاب کنیم که } \binom{2}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1} = 8 \text{ حالت دارد.}$$

(ت) مجموعه احاطه‌گر ۴ عضوی: مدل اول، مجموعه  $a$  به همراه ۳ رأس

$$\text{دلخواه دیگر، که } \binom{6}{3} = 20 \text{ حالت دارد. مدل دوم، انتخاب یکی از}$$

مجموعه‌های  $\{v_1, v_2\}, \{v_3, v_4\}, \{v_5, v_6\}$  و انتخاب یک رأس از هر

کدام از دو مجموعه دیگر (مثلاً  $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}, \{v_5, v_6, v_1, v_2\}$ )

$$\text{یا } \{v_5, v_6, v_3, v_4\} \text{ که } \binom{3}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1} = 12 \text{ حالت دارد.}$$

در نتیجه:

$$62 = 1 + 6 + 15 + 8 + 20 + 12$$

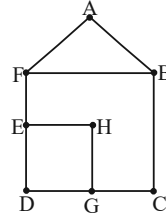
(ریاضیات گسسته - صفحه ۴۴)



۷۶- گزینه «۱»

(مصطفی ریداری)

به ازای هر شهر یک رأس قرار داده و دو رأس را به هم وصل می‌کنیم. هرگاه دو شهر متناظر با آنها فاصله‌ای کمتر یا مساوی ۵۰ کیلومتر داشته باشند، گراف زیر به وجود می‌آید.



رأسی وجود ندارد که به همه رأس‌های دیگر وصل باشد پس  $\gamma > 1$ ؛ اما مجموعه  $\{G, F\}$  احاطه‌گر است، در نتیجه  $\gamma = 2$ ، پس کافی است حداقل ۲ ایستگاه رادیویی تأسیس کنیم.

(ریاضیات گسسته - مشابه مثال صفحه ۴۵)

۷۷- گزینه «۴»

(نیلوفر مهروری)

در گرافی که دارای مجموعه احاطه‌گر تک عضوی است، رأسی وجود دارد که به تمام رئوس دیگر متصل است. گراف  $G$  از مرتبه  $p$  دارای  $p$  مجموعه احاطه‌گر تک عضوی است پس گراف  $G$  یک گراف کامل است.

می‌دانیم در هر گراف کامل، هر زیرمجموعه غیر تهی از رئوس، یک مجموعه احاطه‌گر محسوب می‌شود؛ تعداد این زیرمجموعه‌ها برابر  $2^p - 1$  است.

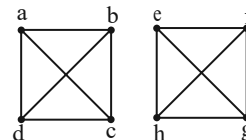
به ازای  $p = 9$  داریم:  $2^9 - 1 = 512 - 1 = 511$

(ریاضیات گسسته - صفحه ۴۴)

۷۸- گزینه «۴»

(شبنم غلامی)

گراف ۳- منتظم ناهمبند از مرتبه ۸، به طور منحصر به فرد و به صورت زیر رسم می‌شود:



در واقع این گراف از دو گراف  $K_4$  تشکیل شده است. می‌دانیم عدد احاطه‌گری گراف‌های  $K_n$ ، برابر یک است و هر رأس در گراف‌های  $K_n$  به تنهایی یک مجموعه احاطه‌گر محسوب می‌شود. پس مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال در چنین گراف‌هایی حتماً تک عضوی است. بنابراین مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال گراف ۳- منتظم ناهمبند از مرتبه ۸، دو عضوی بوده و کافی است از هر بخش گراف، یک رأس به دلخواه انتخاب کنیم. طبق اصل ضرب، تعداد این مجموعه‌ها برابر است با:

$$4 \times 4 = 16$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۷۹- گزینه «۱»

(شبنم غلامی)

عدد احاطه‌گری گراف  $G$  برابر ۳ است و مجموعه‌ای مانند  $\{b, e, h\}$ ، یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم است.

الف) مجموعه  $A_1 = \{b, d, f, h\}$  یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال برای گراف  $G$  نیست، چون با حذف یکی از دو رأس  $d$  و  $h$ ، مجموعه باقی‌مانده کاملاً احاطه‌گر است.

ب) مجموعه  $A_2 = \{a, d, i\}$  یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف  $G$  نیست، چون رأس  $c$  توسط هیچ یک از رأس‌های این مجموعه احاطه نمی‌شود. پس  $A_2$  نمی‌تواند مجموعه احاطه‌گر مینیمال باشد.

پ) مجموعه  $A_3 = \{b, c, h, i\}$  یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال برای گراف  $G$  نیست، چون با حذف یکی از دو رأس  $b$  یا  $c$ ، مجموعه باقی‌مانده کاملاً احاطه‌گر است.

ت) مجموعه  $A_4 = \{c, d, f, g\}$  یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف  $G$  است. رأس‌های  $c$  و  $d$  با هیچ رأس دیگری در این مجموعه مجاور نیستند. از طرفی با حذف رأس  $f$ ، رأس  $i$  احاطه نمی‌شود و با حذف رأس  $g$ ، رأس  $a$  احاطه نمی‌شود. پس این مجموعه احاطه‌گر مینیمال غیر مینیمم است. بنابراین مجموعه  $A_4$ ، احاطه‌گر مینیمال غیر مینیمم است.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۸۰- گزینه «۱»

(امیرسین ابومویوب)

الف) عدد احاطه‌گری برابر ۲ و مجموعه‌های  $\{a, f\}$ ،  $\{e, g\}$ ،  $\{e, c\}$ ،  $\{e, f\}$  و  $\{d, f\}$  هر کدام یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم هستند.

ب) عدد احاطه‌گری برابر ۲ و مجموعه‌های  $\{a, h\}$ ،  $\{a, e\}$ ،  $\{d, e\}$  و  $\{d, h\}$  هر کدام یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم هستند.

پ) عدد احاطه‌گری برابر ۲ و مجموعه‌های  $\{b, e\}$ ،  $\{b, c\}$  و  $\{c, d\}$  هر کدام یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم هستند.

پس هیچ کدام از این گراف‌ها، مجموعه احاطه‌گر مینیمم یکتا ندارند.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)



## ریاضیات گسسته - پیشروی سریع

گزینه «۳» - ۸۱

(مهرراد ملونری)

طبق فرض، گراف  $G$  از مرتبه ۶ فقط یک  $\gamma$ -مجموعه به اندازه یک دارد، پس فقط یک رأس از درجه  $5 = 6 - 1$  دارد. برای این که حداکثر اندازه برای  $G$  حاصل شود، باید درجات پنج رأس دیگر به صورت ۳، ۴، ۴، ۴، ۴ باشد و در نتیجه:

$$2q_{\max} = \sum \deg v_i = 5 + 4 \times 4 + 3 = 24$$

$$\Rightarrow q_{\max} = 12$$

توجه: تعداد رؤس فرد هر گراف ساده، عددی زوج است.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۷ تا ۵۳)

گزینه «۴» - ۸۲

(افشین فاضل‌نار)

می‌دانیم در گراف  $n$  رأسی با ماکزیمم درجه  $\Delta$ ، کران پایین برای  $\gamma(G)$

$$\text{برابر است با } \left\lfloor \frac{n}{\Delta + 1} \right\rfloor$$

در  $P_n$  و  $C_n$ ، کران پایین  $\gamma(G)$  برای  $n \geq 3$  برابر است با  $\left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor$  که به

سادگی می‌توان برابری آن را با عدد احاطه‌گری بررسی نمود. مثلاً در

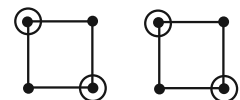
$$C_6 \text{ داریم } \gamma(G) = \left\lfloor \frac{6}{3} \right\rfloor = 2 \text{ و در } P_7 \text{ داریم } \gamma(G) = \left\lfloor \frac{7}{3} \right\rfloor = 2$$

در  $P_1$  و  $P_2$  نیز این تساوی برقرار است. در  $K_n$

$$\text{داریم } \gamma(G) = \left\lfloor \frac{n}{n-1+1} \right\rfloor = 1 \text{، اما در گراف } k\text{-منتظم، چنین نیست،}$$

مثلاً در گراف ۲-منتظم از مرتبه ۸ داریم:

$$\left\lfloor \frac{8}{2+1} \right\rfloor = 3 < \gamma(G) = 4$$



(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

گزینه «۲» - ۸۳

(سوکندر روشنی)

چون عدد احاطه‌گری گراف ۱ نیست پس  $\Delta = 6$  نمی‌تواند باشد. بیشترین درجه را ۵ در نظر می‌گیریم و چون گراف بیشترین تعداد یال را دارد. گراف ۵-منتظم در نظر می‌گیریم. ولی گراف ۵-منتظم از مرتبه ۷ وجود ندارد چون تعداد رؤس فرد باید زوج باشد. در نتیجه یک رأس را درجه ۴ و شش رأس را درجه ۵ در نظر می‌گیریم.

$$2q_{\max} = 6 \times 5 + 4 = 34 \Rightarrow q_{\max} = 17$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^7 |N_G[v_i]| = 2q + p = 2(17) + 7 = 41$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۷ تا ۵۰)

گزینه «۳» - ۸۴

(علیرضا شریف‌نظیری)

گراف ۲-منتظم مورد نظر از ۱، ۲ یا نهایتاً ۳ دور  $C_n$  تشکیل شده است. (چرا؟) حالت (۱): این گراف نمی‌تواند  $C_{11}$  باشد زیرا در این صورت، عدد

$$\text{احاطه‌گری آن برابر } 4 = \left\lfloor \frac{11}{1+2} \right\rfloor \text{ می‌شود که غیرقابل قبول است.}$$

حالت (۲): حالت‌هایی که از ۲ دور  $C_n$  تشکیل شده، به صورت زیر است:

$$C_3 \cup C_8 \Rightarrow \gamma = \left\lfloor \frac{3}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{8}{3} \right\rfloor = 4 \quad \times$$

$$C_4 \cup C_7 \Rightarrow \gamma = \left\lfloor \frac{4}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{7}{3} \right\rfloor = 5 \quad \checkmark$$

$$C_5 \cup C_6 \Rightarrow \gamma = \left\lfloor \frac{5}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{6}{3} \right\rfloor = 2 + 2 = 4 \quad \times$$

در این حالت، دورهایی به طول ۴ و ۷ می‌تواند داشته باشد.

حالت (۳): حالت‌هایی که از ۳ دور  $C_n$  تشکیل شده، به صورت زیر است:

$$C_3 \cup C_3 \cup C_5 \Rightarrow \gamma = \left\lfloor \frac{3}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{3}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{5}{3} \right\rfloor = 4 \quad \times$$

$$C_3 \cup C_4 \cup C_4 \Rightarrow \gamma = \left\lfloor \frac{3}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{4}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{4}{3} \right\rfloor = 5 \quad \checkmark$$

در این حالت، دورهایی به طول ۳ و ۴ می‌تواند داشته باشد.

(ریاضیات گسسته - صفحه ۵۳)

گزینه «۲» - ۸۵

(امیرسین ابومیسوب)

در گراف  $G$ ، مرتبه برابر  $n = 16$  و  $\Delta = 4$  است، پس داریم:

$$\gamma(G) \geq \left\lfloor \frac{16}{4+1} \right\rfloor = 4$$



۸۹- گزینه «۲»

(شبنم غلامی)

گراف  $P_n$  به ازای هر مقدار  $n$ ، دارای  $(n-1)$  یال است. از طرفی برای هر

گراف  $k$ -منتظم از مرتبه  $n$ ، رابطه  $2q = kn$  برقرار است، پس داریم:

$$k = 4 \Rightarrow 2q = 4n \Rightarrow q = 2n$$

گراف ۴-منتظم،  $7$  یال بیشتر از گراف  $P_n$  دارد، بنابراین داریم:

$$2n - (n-1) = 7 \Rightarrow n = 6$$

حاصل عبارت خواسته شده برابر است با:

$$q(K_6) - \gamma(C_6) = \frac{6 \times 5}{2} - \left[ \frac{6}{3} \right] = 15 - 2 = 13$$

(ریاضیات گسسته - صفحه ۵۳)

۹۰- گزینه «۴»

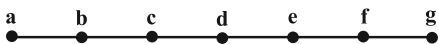
(شبنم غلامی)

طبق فرض در گراف  $K_n$  داریم:

$$\frac{n(n-1)}{2} + n = 28 \xrightarrow{\times 2} n^2 - n + 2n = 56 \Rightarrow n^2 + n - 56 = 0$$

$$\Rightarrow (n+8)(n-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -8 & \text{غ ق ق} \\ n = 7 \end{cases}$$

حال گراف  $P_7$  را رسم می‌کنیم:



عدد احاطه‌گری این گراف برابر  $3 = \left\lfloor \frac{7}{3} \right\rfloor$  است و مجموعه‌های احاطه‌گر

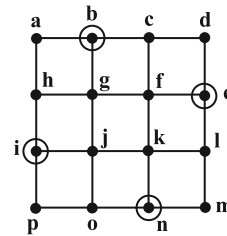
مینیم آن عبارتند از:

$$\{a, d, f\}, \{a, d, g\}, \{a, c, f\}, \{b, c, f\}$$

$$\{b, d, f\}, \{b, d, g\}, \{b, e, f\}, \{b, e, g\}$$

یعنی این گراف دارای هشت  $3$ -مجموعه است.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)



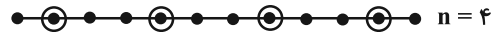
از طرفی مجموعه  $A = \{b, e, i, n\}$  یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف  $G$  است، پس  $\gamma(G) \leq 4$ . با توجه به دو نامساوی به دست آمده،  $\gamma(G) = 4$  است.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

۸۶- گزینه «۴»

(مصطفی دیداری)

هر مجموعه احاطه‌گر مینیمم، احاطه‌گر مینیمال است. پس مجموعه احاطه‌گر مینیمال با کمترین تعداد عضو، همان احاطه‌گر مینیمم به صورت زیر است:



مجموعه احاطه‌گر مینیمال با بیشترین تعداد عضو به صورت زیر است:



پس مجموع مقادیر ممکن برای  $n$  برابر است با:

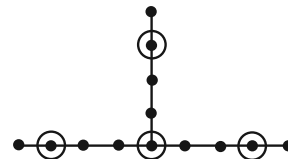
$$4 + 5 + 6 = 15$$

(ریاضیات گسسته - صفحه ۴۷)

۸۷- گزینه «۲»

(مهرداد ملوندی)

فرض کنیم رأس  $v$ ، از درجه  $3 = \Delta$  باشد. از رأس  $v$ ، سه شاخه (مطابق شکل) خارج می‌شود که با شرط  $\gamma = 4$ ، حداکثر تعداد رئوس  $G$  برابر  $13 = 3 \times 4 + 1$  خواهد شد.



(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۴۷ تا ۵۱)

۸۸- گزینه «۳»

(امیرسین ابومصوب)

عدد احاطه‌گری گراف  $G$ ، برابر  $\gamma(G) = 3$  است. گراف  $G$ ،  $3$ -منتظم است و در نتیجه هر رأس گراف حداکثر قادر به احاطه ۴ رأس می‌باشد. برای این که عدد احاطه‌گری گراف برابر ۲ شود، لازم است دو رأس در گراف وجود داشته باشد که هر کدام قادر به احاطه ۵ رأس باشند (یا یکی از رأس‌ها ۶ رأس را احاطه کند و دیگری ۴ رأس) و همسایگی بسته دو رأس مورد نظر هیچ اشتراکی نداشته باشد. اما در گراف  $G$  هیچ دو رأسی وجود ندارد که اشتراک همسایگی بسته آن‌ها تهی باشد، پس حتی با افزودن دو یال به این گراف نیز، عدد احاطه‌گری تغییر نمی‌کند و دست‌کم باید ۳ یال به گراف افزوده شود. به عنوان مثال با افزودن یال‌های  $ah$ ،  $ad$  و  $ij$ ، مجموعه  $\{a, i\}$  یک  $3$ -مجموعه خواهد بود.

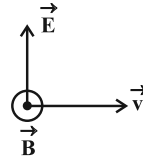
(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۰)

## فیزیک ۳

گزینه «۱» ۹۱-

(مسعود خندان)

در نقطه A، میدان الکتریکی در جهت بالا ( $\hat{T}$ ) و  $\vec{v}$  در جهت محور X ( $\rightarrow$ ) است. با توجه به قاعده دست راست، بردار میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  مطابق شکل زیر به دست می‌آید:



(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۷۵ و ۷۶)

گزینه «۲» ۹۲-

(سیرممد علی موسوی)

$$|\lambda_A - \lambda_B| = 6 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \left| \frac{c}{f_A} - \frac{c}{f_B} \right| = 6 \times 10^{-9}$$

$$3 \times 10^8 \left| \frac{1}{f_A} - \frac{1}{f_B} \right| = 6 \times 10^{-9} \Rightarrow \left| \frac{1}{f_A} - \frac{1}{f_B} \right| = 2 \times 10^{-17}$$

$$f_A = 4f_B \Rightarrow \frac{3}{4f_B} = 2 \times 10^{-17} \Rightarrow f_B = \frac{3}{8} \times 10^{17} \text{ Hz}$$

$$f_A = 4f_B = \frac{3}{2} \times 10^{17} \text{ Hz} = 1.5 \times 10^{17} \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

گزینه «۳» ۹۳-

(علی بزرگر)

چون تار (طناب) ثابت است، لذا  $\mu$  ثابت بوده و تغییر نمی‌کند، پس می‌توان بااستفاده از رابطه  $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$  نوشت:

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1} \times \frac{\mu_1}{\mu_2}} \xrightarrow{\mu \text{ ثابت}} \frac{96}{80} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}}$$

$$\frac{12}{10} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \Rightarrow \frac{144}{100} = \frac{F_2}{F_1} \Rightarrow F_2 = \frac{144}{100} F_1$$

$$\text{درصد تغییرات نیروی کشش: } \frac{\Delta F}{F_1} \times 100 = 44\%$$

F باید ۴۴٪ افزایش یابد.

(فیزیک ۳ - صفحه ۷۳)

گزینه «۲» ۹۴-

(معمومه شریعت ناصری)

بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ حرکت ذره M به سمت بالا و در حال دور شدن از نقطه تعادلش است. بنابراین M دارای حرکت کندشونده است.

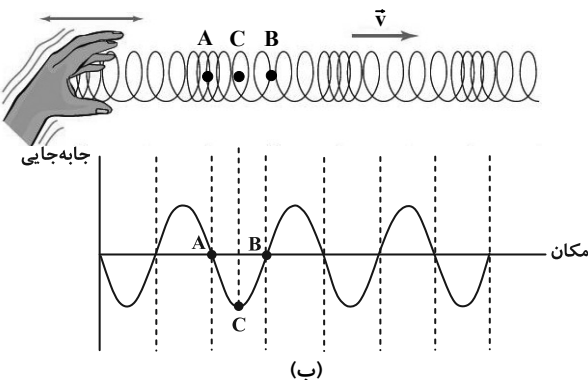
(ب) درست؛ می‌دانیم بزرگی شتاب از رابطه  $|a| = \omega^2 |x|$  به دست می‌آید و هر چه نوسانگر در فاصله دورتری از وضع تعادل قرار داشته باشد، آهنگ تغییر سرعت آن بیشتر است.

(پ) نادرست؛ نقطه P در حال گذر از وضعیت تعادل و حرکت آن رو به پایین است. در این لحظه P دارای بیشینه تندی ( $v_{\max}$ ) است.

(ت) درست؛ حرکت نقطه Q به سمت بالا بوده و دارای سرعت مثبت و شتاب منفی است. چون شبیه نوسانگر است که در حال حرکت به سمت نقطه بازگشت مثبت بوده و از حالت تعادل دور می‌شود پس این گزاره درست است. (فیزیک ۳ - صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

گزینه «۲» ۹۵-

(مسین الهی)



با توجه به نمودار جابه‌جایی-مکان رسم شده برای این موج طولی به بررسی عبارات گفته شده می‌پردازیم:

(الف) درست؛ زیرا این نقطه در مرکز تعادل است.

(ب) نادرست؛ زیرا این نقطه در مرکز تعادل و دارای کمترین شتاب (صفر) است.

(ج) درست؛ زیرا با توجه به شکل نقطه C دارای این ویژگی است.

(د) نادرست؛ زیرا هر دو در مرکز تعادل و دارای تندی بیشینه هستند.

(ه) درست؛ زیرا هر دو در مرکز تعادل و دارای بیشترین تندی و در نتیجه بیشترین انرژی جنبشی هستند.

(فیزیک ۳ - صفحه ۷۷)

گزینه «۳» ۹۶-

(علیرضا جباری)

تندی امواج اولیه P بیشتر از تندی امواج ثانویه S است. به همین دلیل امواج P زودتر به محل لرزه‌نگار می‌رسند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$v_P - v_S = \frac{3}{6} \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad v_P = \frac{7}{8} \frac{\text{km}}{\text{s}} \Rightarrow \frac{7}{8} - v_S = \frac{3}{6}$$

$$\Rightarrow v_S = \frac{4}{2} \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

اگر فاصله محل زمین‌لرزه تا محل لرزه‌نگار را با  $\Delta x$  و اختلاف زمانی بین رسیدن این دو موج به محل لرزه‌نگار را با  $\Delta t$  نشان دهیم، داریم:

$$\Delta x = \frac{v_S v_P}{v_P - v_S} \Delta t \quad \Delta x = 1638 \text{ km}$$

$$1638 = \frac{4/2 \times 7/8}{3/6} \Delta t \Rightarrow 1638 = 9/1 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 180 \text{ s}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

گزینه «۳» ۹۷-

(میشی کوتیان)

ابتدا با توجه به شکل، طول موج و سپس دوره تناوب موج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{3}{4} \lambda = 15 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} = 2 \times 10^{-1} \text{ m}$$

$$\lambda = vT \Rightarrow 2 \times 10^{-1} = 4T \Rightarrow T = 0.05 \text{ s}$$



$$\begin{cases} y_1 = 4 \cos 200\pi \times \frac{1}{600} = 2 \text{ cm} \\ y_2 = 4 \cos 200\pi \times \frac{1}{200} = -4 \text{ cm} \end{cases}$$

$$v_{av} = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} \quad y_1 = 2 \text{ cm}, y_2 = -4 \text{ cm}$$

$$v_{av} = \frac{-4 - 2}{\frac{1}{200} - \frac{1}{600}} = -1800 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \Rightarrow |v_{av}| = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

(موردی شریفی)

۱۰۰- گزینه «۱»

با توجه به نقش موج،  $\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{50 \text{ cm}}{40 \text{ cm}}$  پس  $\lambda = 40 \text{ cm}$  است و با استفاده از

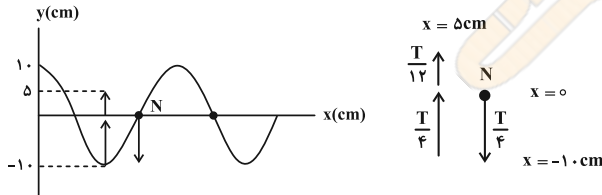
$$a = -\omega^2 x \quad \text{رابطه } a = -\omega^2 x \text{ مکانی که در آن شتاب نوسانگر } \frac{m}{s^2} = -12/5$$

$$v = \lambda f \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{1}{0.4} = 2.5 \text{ Hz} \quad \text{است را پیدا می‌کنیم؛}$$

$$\begin{cases} a = -\omega^2 x \\ \omega = 2\pi f = \Delta\pi \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \Rightarrow -12/5 = -x \times 25 \times \pi^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{100} \text{ m} = 5 \text{ cm} = \frac{A}{2} \quad (\text{طبق نمودار})$$

از جهت انتشار موج متوجه می‌شویم که نقطه N رو به پایین حرکت می‌کند:



$$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} = \frac{3T}{4} \quad T = 0.4 \text{ s}$$

$$\Delta t = \frac{3 \times 0.4}{4} = \frac{3}{10} \text{ s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

### فیزیک ۳- پیشروی سریع

(ممدکاتم منشاری)

۱۰۱- گزینه «۳»

عبارات (ب) و (ت) صحیح‌اند.

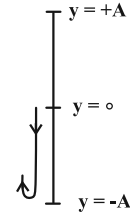
بررسی عبارات نادرست:

(الف) ارتفاع و بلندی صوت به ترتیب به درک انسان از بسامد و شدت صوت گفته می‌شود.

(ب) اگر یک دیابازون با بسامد مشخص را با ضربه‌هایی متفاوت به ارتعاش واداریم، صداهایی با بلندی متفاوت حس می‌کنیم.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

لحظه  $t_1$  معادل با  $\frac{3T}{2}$  ( $\frac{t_1}{T} = \frac{0.75}{0.5} = \frac{3}{2}$ ) و لحظه  $t_2$  معادل با  $\frac{9}{5}T$  است. با توجه به جهت انتشار موج، ذره M در لحظه  $t = 0$  در حال حرکت به طرف بالا است، پس مسیر حرکت ذره را در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  می‌توان به صورت شکل زیر مشخص کرد:



بنابراین نوع حرکت ذره M در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$ ، ابتدا به صورت کندشونده و سپس تندشونده است.

(فیزیک ۳- صفحه ۷۳)

۹۸- گزینه «۲» (ممد مقرر)

با استفاده از قاعده دست راست، در زمان اولیه اگر انگشت شست در جهت محور Y و انگشتان را در جهت محور X قرار دهیم، کف دست جهت میدان مغناطیسی را در خلاف جهت محور Z نشان می‌دهد و چون میدان الکتریکی و

مغناطیسی با هم هم‌فازند،  $B_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} B_{max}$  در حال کاهش است که

اگر  $\frac{T}{4}$  زمان بگذرد،  $B_2 = \frac{B_{max}}{2}$  و در جهت Z و در حال افزایش خواهد بود.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۳ و ۷۵)

۹۹- گزینه «۳» (مهران اسماعیلی)

برای محاسبه سرعت متوسط نقطه‌ای معین لازم است ابتدا بسامد موج را به دست آوریم که برای این منظور، ابتدا باید سرعت انتشار موج را محاسبه کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \mu = \frac{m}{L} \rightarrow v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \quad m = \rho V = \rho AL$$

$$v = \sqrt{\frac{FL}{\rho AL}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \quad F = \lambda \cdot N, A = \Delta m m^2 = 0.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\rho = 4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 4000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$v = \sqrt{\frac{80}{4000 \times 0.5 \times 10^{-6}}} \Rightarrow v = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به شکل و این که هر برآمدگی یا فرورفتگی معادل  $\frac{\lambda}{2}$  است، می‌توان

طول موج را به دست آورد:  $3 \frac{\lambda}{2} = 3 \Rightarrow \lambda = 2 \text{ m}$

حال می‌توان بسامد موج را محاسبه کرد:

$$f = \frac{v}{\lambda} \quad v = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \lambda = 2 \text{ m} \rightarrow f = \frac{200}{2} = 100 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi f \quad f = 100 \text{ Hz} \rightarrow \omega = 200\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$y = A \cos \omega t \quad A = 4 \text{ cm}, \omega = 200\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$t_1 = \frac{1}{600} \text{ s}, t_2 = \frac{1}{200} \text{ s}$$

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \left( \frac{I_2}{I_1} \right)^2 = 10 \log \left( \frac{1}{2} \right)^2$$

$$\Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 20 \log \frac{1}{2} = 20 \times [\log 1 - \log 2]$$

$$= 20 \times [0 - 0.3] = -6 \text{ dB}$$

که علامت منفی به معنای کاهش تراز شدت صوت است.  
(فیزیک ۳- صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۰۶- گزینۀ «۴» (مفهم مقدم)

چون آستانۀ شنوایی این شخص ۳۰ dB است، صوت ۴۲ dB را با شنوایی ۱۲ dB = ۴۲ - ۳۰ می‌شنود و داریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 12 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 1.2$$

$$\Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{1.2} = (10^{0.3})^4 = 2^4 = 16$$

(فیزیک ۳- صفحه ۸۸)

۱۰۷- گزینۀ «۲» (سیرمفهم علی موسوی)

$$\beta = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 8 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 10^8 = \frac{I}{10^{-12}}$$

$$\Rightarrow I = 10^{-4} \frac{W}{m^2}$$

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow 10^{-4} = \frac{P}{4\pi \times 2.0^2} \Rightarrow P = 4800 \times 10^{-4} W = 480 \text{ mW}$$

بنابراین از ۶۰۰ mW توان منبع به اندازه ۱۲۰ mW جذب محیط شده است. بنابراین داریم:

$$\%20 = \frac{120}{600} \times 100 = \%20$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۰۸- گزینۀ «۴» (مهران اسماعیلی)

همان‌طور که می‌دانیم وقتی یک منبع صوت با تندی ثابت از یک شنونده دور شود، بسامد دریافتی توسط شنونده، کمتر از بسامد واقعی منبع صوت است. اما مقداری ثابت است و در ضمن دور شدن منبع از شنونده همچنان ثابت می‌ماند. اما شدت صوت با مجذور فاصلۀ شنونده از منبع صوت رابطه معکوس دارد. پس با دور شدن منبع صوت از شنونده به تدریج فاصله زیاد شده در نتیجه شدت صوت دریافتی توسط شنونده به تدریج کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳)

۱۰۹- گزینۀ «۲» (مسعود فخرانی)

چون  $f_A > f$  است، پس A در حال نزدیک شدن به چشمۀ صوت و چون  $f > f_B$  است، شخص B در حال دور شدن از چشمۀ صوت است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳)

۱۱- گزینۀ «۳» (مسین القی)

با توجه به شکل متوجه خواهیم شد که صوت  $v > v_{\text{چشمه}}$  می‌باشد. پس مسافتی که چشمه در ۶ ثانیه طی خواهد کرد باید از  $6 \times 320 = 1920$  بیشتر باشد، که تنها گزینۀ «۳» می‌تواند صحیح باشد.

(فیزیک ۳- صفحه ۸۲)

۱۰۲- گزینۀ «۲» (مسام ناری)

با استفاده از رابطه  $t = \frac{\ell}{v}$ ، اختلاف زمانی رسیدن دو صدا را می‌نویسیم:  
( $\ell$ : طول میله)

$$\Delta t = \frac{\ell}{v_{\text{هوای}} - v_{\text{میله}}} - \frac{\ell}{v_{\text{هوای}}} = \ell \left( \frac{1}{v_{\text{هوای}} - v_{\text{میله}}} - \frac{1}{v_{\text{هوای}}} \right) = \ell \times \frac{v_{\text{میله}} - v_{\text{هوای}}}{v_{\text{هوای}} \times v_{\text{میله}}}$$

$$\Rightarrow \ell = \frac{v_{\text{هوای}} \times v_{\text{میله}}}{v_{\text{میله}} - v_{\text{هوای}}} \times \Delta t = \frac{340 \times 5}{5 - 340} \times 0.08 \text{ s}$$

$$\ell = \frac{5 \times 340 \times 0.08}{4 \times 340} = 0.08 \text{ m} = 8 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- مشابه تمرین ۳-۶ صفحه ۸۰)

۱۰۳- گزینۀ «۲» (مصطفی کیانی)

با استفاده از رابطه تغییر تراز شدت صوت، به صورت زیر نسبت  $\frac{I_2}{I_1}$  را می‌یابیم:

$$\Delta \beta = \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \quad \begin{matrix} \beta_1 = 30 \text{ dB} \\ \beta_2 = 70 \text{ dB} \end{matrix} \rightarrow$$

$$70 - 30 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 40 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 4 = \log 10^4 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^4$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۰۴- گزینۀ «۴» (علیرضا بیاری)

ابتدا شدت صوتی را که به گوش شنونده می‌رسد، به دست می‌آوریم. از آنجا که جبهه‌های موج به صورت کروی فرض می‌شوند، داریم:

$$I = \frac{E}{At} \quad A = 4\pi r^2 \rightarrow I = \frac{E}{4\pi r^2 t}$$

$$\frac{E = 6 \text{ mJ} = 6 \times 10^{-3} \text{ J}}{\pi = 3, r = \frac{5\sqrt{2}}{3} \text{ m}, t = 60 \text{ s}} \rightarrow I = \frac{6 \times 10^{-3}}{4 \times 3 \times \frac{25 \times 3}{9} \times 60}$$

$$\Rightarrow I = \frac{6 \times 10^{-3}}{6 \times 10^3} = 10^{-6} \frac{W}{m^2}$$

اکنون تراز شدت صوت را محاسبه می‌کنیم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{10^{-6}}{10^{-12}} = 10 \log 10^6 = 60 \text{ dB}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۱۰۵- گزینۀ «۲» (مهری شریفی)

ابتدا نسبت فاصلۀ شنونده از چشمۀ صوت در ابتدا و انتهای بازۀ زمانی ۴ s دوم ( $t_1 = 4 \text{ s}$  تا  $t_2 = 8 \text{ s}$ ) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{t_2}{t_1} = \frac{8}{4} = 2$$

سپس اختلاف تراز شدت صوت را در دو حالت محاسبه می‌کنیم:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \log \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2$$

## فیزیک ۲

۱۱۱- گزینه «۱»

(مهران اسماعیلی)

$$U_2 = U_1 - 0.36U_1 = 0.64U_1$$

$$U = \frac{q_2}{2C} \xrightarrow{U_2=0.64U_1} \frac{q_2}{2C} = 0.64 \frac{q_1}{2C} \Rightarrow q_2 = 0.64q_1$$

$$\text{درصد تغییرات بار الکتریکی} = \frac{\Delta q}{q_1} \times 100 = \frac{q_2 - q_1}{q_1} \times 100$$

$$= \frac{0.64q_1 - q_1}{q_1} \times 100 = -36\%$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

۱۱۲- گزینه «۴»

(علی بزرگر)

ابتدا بار دو کره بعد از تعادل الکترواستاتیکی را به دست می‌آوریم:

$$q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{-40 + 72}{2} = \frac{+32}{2} = +16 \text{ nC}$$

از طرفی می‌دانیم جریان الکتریکی در سیم به دلیل شارش بار الکتریکی به وجود می‌آید.

لذا بار شارش شده را از اختلاف بار یکی از کره‌ها قبل و بعد از تعادل الکتریکی به دست می‌آوریم:

$$q \text{ شارش شده} = q_1 - q_1' = 72 - 16 = 56 \text{ nC}$$

از تعریف جریان الکتریکی متوسط داریم:

$$I = \frac{q \text{ شارش شده}}{\Delta t} = \frac{56 \times 10^{-9}}{8 \times 10^{-6}} = 7 \times 10^{-3} \text{ A} = 7 \text{ mA}$$

جهت جریان الکتریکی خلاف جهت حرکت الکترون‌ها است یعنی از کره مثبت (B) به طرف کره منفی (A).

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۴ و ۴۷)

۱۱۳- گزینه «۴»

(مهران اسماعیلی)

با توجه به اینکه آمپر ساعت (Ah) و میلی آمپر ساعت (mAh) واحد بار الکتریکی هستند، داریم:

$$\Delta q = I \Delta t \Rightarrow \frac{\Delta q_1}{\Delta q_2} = \frac{I_1}{I_2} \times \frac{t_1}{t_2} \xrightarrow{\Delta q_1 = 50 \text{ Ah}, I_1 = 0.5 \text{ A}, \Delta q_2 = 2000 \text{ mAh} = 2 \text{ Ah}, t_2 = 40 \text{ t}_1}$$

$$\frac{50}{2} = \frac{0.5}{I_2} \times \frac{t_1}{40 t_1} \Rightarrow 50 = \frac{1}{40 I_2} \Rightarrow I_2 = \frac{1}{2000} \text{ A}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{1}{2000} \times 10^6 \mu\text{A} = 500 \mu\text{A}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۱۱۴- گزینه «۱»

(مسعود فخرانی)

چون نور لامپ با وجود تغییر نور محیط که موجب تغییر مقاومت LDR می‌شود، تغییری نداشته است، پس حتماً لامپ خاموش بوده است که با توجه به جهت جریان که از قطب مثبت مولد خارج می‌شود، حتماً به جای M دیودی در خلاف جهت جریان مدار قرار دارد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۶ تا ۶۱)

۱۱۵- گزینه «۴»

(علی بزرگر)

با استفاده از رابطه ظرفیت خازن بر اساس مشخصات ساختمانی خازن داریم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2}$$

از طرفی می‌دانیم اگر ابعاد جسمی  $\frac{1}{3}$  برابر شود، مساحت مقطع صفحات

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{9} \times \frac{9}{1} \times \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{27} \quad \text{آن } \frac{1}{9} \text{ برابر می‌شود، لذا داریم:}$$

در حالت دوم، ظرفیت خازن فقط با تغییر دی الکتریک بین صفحات تغییر

$$\frac{C_3}{C_2} = \frac{\kappa_3}{\kappa_2} = \frac{6}{1} \quad \text{کرده است:}$$

در حالت دوم که خازن از باتری جدا شده است، بار ذخیره شده ثابت است و با استفاده از رابطه  $Q = CV$  داریم:

$$Q_2 = Q_3 \Rightarrow C_2 V_2 = C_3 V_3 \Rightarrow \frac{C_2}{C_3} = \frac{V_3}{V_2} = 6$$

$$\Rightarrow V_2 = 6V_3$$

و چون در قسمت اول سؤال خازن به باتری وصل بود، اختلاف پتانسیل

$$V_1 = V_2 \Rightarrow V_1 = V_2 = 6V_3 \Rightarrow \frac{V_3}{V_1} = \frac{1}{6} \quad \text{صفحات آن ثابت بود:}$$

حال با استفاده از رابطه  $V = Ed$  می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} V_3 = E_3 d_3 \\ V_1 = E_1 d_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_3}{V_1} = \frac{E_3}{E_1} \times \frac{d_3}{d_1} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{E_3}{E_1} \times \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{E_3}{E_1} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۱۱۶- گزینه «۴»

(علیرضا جباری)

ابتدا رابطه مقاومت الکتریکی سیم (R) بر حسب مقاومت ویژه ( $\rho$ ) و جرم (m) و جگالی ( $\rho'$ ) و مساحت مقطع (A) را می‌نویسیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{V=AL} R = \rho \frac{V}{A^2} \xrightarrow{V=\frac{m}{\rho'}} R = \frac{\rho m}{\rho' A^2}$$



$$\Rightarrow \frac{A_{\text{توپر}}}{A_{\text{توخالی}}} = \frac{L_{\text{توخالی}}}{L_{\text{توپر}}} \Rightarrow \frac{R_{\text{توخالی}}}{R_{\text{توپر}}} = \left(\frac{A_{\text{توپر}}}{A_{\text{توخالی}}}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{A_{\text{توپر}}}{A_{\text{توخالی}}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{\pi R^2}{\pi(R^2 - r^2)} = \frac{3}{2}$$

$$2R^2 - 2r^2 = 3R^2 \Rightarrow R^2 = 3r^2 \Rightarrow \frac{R}{r} = \sqrt{3}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۱۱۹- گزینه «۴» (میشی نکوئیان)

با توجه به شکل، ملاحظه می‌شود که به ازای اختلاف پتانسیل یکسان، انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره شده در خازن (۱) از خازن (۲) بیشتر است، پس

طبق رابطه  $U = \frac{1}{2} CV^2$ ، می‌توان گفت که ظرفیت خازن  $C_1$  از ظرفیت

خازن  $C_2$  بیشتر است. ( $C_1 > C_2$ ) بنابراین داریم:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \xrightarrow{U_1=U_2=240\mu\text{J}, V_1=V, V_2=V+30, \frac{C_1}{C_2}=4}$$

$$1 = \frac{1}{4} \times \left(\frac{V+30}{V}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} 2 = \frac{V+30}{V} \rightarrow V = 30\text{V}$$

برای خازن  $C_2$  می‌توان نوشت:

$$U_2 = \frac{1}{2} C_2 V_2^2 \xrightarrow{U_2=240\mu\text{J}, V_2=V+30=60\text{V}} 240 = \frac{1}{2} C_2 (60)^2$$

$$\Rightarrow C_2 = \frac{2}{15} \mu\text{F}$$

$$Q_2 = C_2 V_2' \xrightarrow{C_2=\frac{2}{15}\mu\text{F}, V_2'=25\text{V}} Q_2 = \left(\frac{2}{15}\right)(25) = \frac{10}{3} \mu\text{C}$$

(فیزیک ۲- الکتروستاتیک ساکن؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۴)

۱۲۰- گزینه «۲» (مهم‌کافم منشاری)

$$U = \frac{Q^2}{2C}$$

با توجه به رابطه انرژی خازن داریم:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{Q_2^2}{2C} - \frac{Q_1^2}{2C} = \frac{Q_2^2 - Q_1^2}{2C} = \frac{(Q+4)^2 - Q^2}{2C}$$

$$\frac{\Delta U = 10^4 \text{ mJ}}{C = 20 \times 10^{-7} \text{ mF}} \rightarrow 10^4 = \frac{8Q + 16}{20 \times 10^{-7}} \Rightarrow Q = 23 \text{ mC}$$

(فیزیک ۲- الکتروستاتیک ساکن؛ صفحه ۳۹)

اکنون می‌توانیم نسبت مقاومت الکتریکی سیم B به سیم A را به دست آوریم:

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{m_B}{m_A} \times \frac{\rho'_A}{\rho'_B} \times \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 \xrightarrow{m_B=3m_A, \rho_B=\frac{1}{2}\rho_A, \rho'_B=2\rho'_A, A=\pi\frac{d^2}{4}}$$

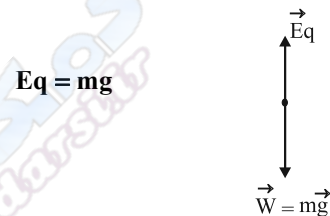
$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{1}{2} \frac{\rho_A}{\rho_A} \times \frac{3m_A}{m_A} \times \frac{\rho'_A}{2\rho'_A} \times \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^4 \xrightarrow{d_B=3d_A}$$

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{d_A}{3d_A}\right)^4 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{81} = \frac{1}{108}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۱۱۷- گزینه «۲» (مسعود فخرانی)

با توجه به اینکه بار الکتریکی تا قبل از تخلیه هوا تغییر مسیر نداده است، پس:



چون خازن به باتری متصل است، پس اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت و

برابر اختلاف پتانسیل باتری است. طبق رابطه  $E = \frac{V}{d}$ ، با ثابت ماندن V

و d، میدان الکتریکی بین صفحات خازن ثابت می‌ماند. پس ذره در همان

مسیر (بدون انحراف) به حرکت خود ادامه می‌دهد.

(فیزیک ۲- الکتروستاتیک ساکن؛ صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۱۱۸- گزینه «۳» (معمومه شریعت ناصری)

با توجه به رابطه مقایسه‌ای مقاومت داریم:

$$\frac{R_{\text{توخالی}}}{R_{\text{توپر}}} = \frac{\rho_{\text{توخالی}}}{\rho_{\text{توپر}}} \times \frac{L_{\text{توخالی}}}{L_{\text{توپر}}} \times \frac{A_{\text{توپر}}}{A_{\text{توخالی}}} = \frac{9}{4}$$

با توجه به هم جنس بودن سیم‌ها ←  $\rho_{\text{توپر}} = \rho_{\text{توخالی}}$

با توجه به هم جرم بودن سیم‌ها ←

$$m_{\text{توپر}} = m_{\text{توخالی}} \Rightarrow \rho V_{\text{توخالی}} = \rho V_{\text{توپر}}$$

$$\Rightarrow L_{\text{توپر}} A_{\text{توپر}} = L_{\text{توخالی}} A_{\text{توخالی}}$$

$$\Delta h = h_1 - h_2 = 80 - x - (26 - x) = 54 \text{ cm}$$

حال می توان کاهش فشار در مخزن گاز را محاسبه کرد.

$$\Delta P = \rho g \Delta h \quad \begin{matrix} \rho = \frac{g}{\text{cm}^3} = 2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \Delta h = 0.54 \text{ m}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \end{matrix}$$

$$\Delta P = 2000 \times 10 \times 0.54 = 10800 \text{ Pa}$$

برای تبدیل واحد فشار از پاسکال به سانتی متر جیوه کافی است ارتفاع ستون

جیوه را به ازای فشار  $10800 \text{ Pa}$  محاسبه کنیم:

$$P = \rho g h \quad \begin{matrix} P = 10800 \text{ Pa} \\ \rho = 13500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \end{matrix}$$

$$10800 = 13500 \times 10 \times h \Rightarrow h = 0.08 \text{ m Hg} = 8 \text{ cm Hg}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۳۸ تا ۴۰)

(امیرامیر میرسعید)

۱۲۴- گزینه «۲»

در گام اول باید محاسبه کنیم که وقتی سطح آزاد مایع  $80$  سانتی متر بالا

می رود، پیستون و سطح پایین چند سانتی متر بالا آمده است. پس می توان نوشت:

$$\Delta V_{\text{بالا}} = \Delta V_{\text{پایین}} \Rightarrow A \times 80 = 4A \times h'$$

$$\Rightarrow h' = 20 \text{ cm}$$

چون سطح بالایی  $80 \text{ cm}$  بالا رفته و سطح پایینی نیز  $20 \text{ cm}$  بالا رفته پس

ارتفاع مایع در مجموع  $60 \text{ cm}$  افزایش پیدا کرده است و در گام بعدی،

فشار  $60 \text{ cm}$  از مایع را به سانتی متر جیوه تبدیل می کنیم:

$$\rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{مایع}} \times h_{\text{مایع}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{3/4 \times 60}{13/6} = 15 \text{ cm Hg}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۳۲ تا ۴۰)

(سراسری ریاضی- تیر ۱۴۰۲)

۱۲۵- گزینه «۱»

فشار در نقاط هم تراز داخل یک مایع ساکن برابر است. پس در نقاط A و

E فشار یکسان است:

فیزیک ۱

۱۲۱- گزینه «۲»

(مسام نازری)

موارد (الف) و (پ) صحیح اند.

بررسی موارد نادرست:

(ب) پدیده پخش در گازها سریع تر از مایعات رخ می دهد.

(ت) علت بالا رفتن آب در لوله های موین شیشه ای تمیز این است که نیروی

دگرچسبی بین مولکول های آب و شیشه بیشتر از نیروی هم چسبی مولکول های

آب است.

(فیزیک ۱- صفحه های ۲۳ تا ۳۲)

۱۲۲- گزینه «۴»

(حسین الهی)

$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{P_A \times A_A}{P_B \times A_B} \xrightarrow{P_A = P_B} \frac{F_A}{F_B} = \frac{A_A}{A_B} = \frac{5}{3} = \frac{1}{3}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۳۲ تا ۳۵)

۱۲۳- گزینه «۴»

(مهران اسماعیلی)

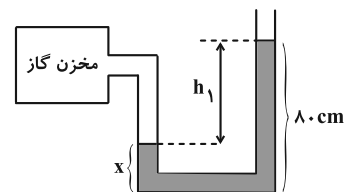
$$27 \text{ cm} = 80 - 53 = \text{کاهش ارتفاع مایع در سمت راست}$$

وقتی فشار گاز درون مخزن کاهش می یابد، ارتفاع مایع در سمت راست

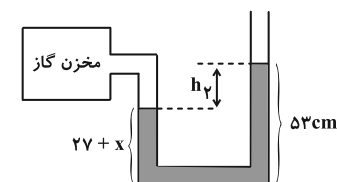
لوله U شکل،  $27 \text{ cm}$  کاهش و در سمت چپ  $27 \text{ cm}$  افزایش می یابد.

یعنی اختلاف ارتفاع در دو حالت  $54 \text{ cm}$  می شود. با توجه به شکل های زیر

می توان این موضوع را دقیق تر توضیح داد.



$$h_1 = 80 - x$$



$$h_2 = 53 - (27 + x) = 26 - x$$

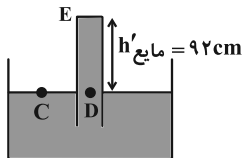
$$P = \rho gh \xrightarrow{P=8160 \text{ Pa}} 8160 = (13600)(10)h$$

$$\rho = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$\Rightarrow h = 0.06 \text{ m} = 6 \text{ cm}$$

بنابراین فشار وارد بر انتهای لوله در این حالت، برابر با ۶ cmHg می‌شود.

فشار در نقاط همتراز C و D با هم برابر است. پس:



$$P_C = P_D \Rightarrow P_C = P'_{مایع} + P_E$$

$$\Rightarrow 75 = P'_{مایع} + 6 \Rightarrow P'_{مایع} = 69 \text{ cmHg}$$

ارتفاع ستون مایع را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\rho_{مایع} h'_{مایع} = \rho_{جیوه} h_{جیوه} \Rightarrow (13/6)(69) = (10/2)h'_{مایع}$$

$$\Rightarrow h'_{مایع} = 92 \text{ cm}$$

بنابراین میزان جابه‌جایی لوله در راستای قائم (x) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$x = (100 + 12) - 92 = 20 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

(مصدر مقدم)

۱۲۷- گزینه «۲»

چون ظرف به شکل استوانه است، با استفاده از رابطه فشار، سطح مقطع ظرف را به دست می‌آوریم.

$$P = \frac{mg}{A} \Rightarrow 6000 = \frac{0.3 \times 10}{A} \Rightarrow A = \frac{1}{2000} \text{ m}^2 = 5 \text{ cm}^2$$

حال با استفاده از جرم آب، چگالی و سطح مقطع ظرف ارتفاع آب را به دست می‌آوریم.

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{Ah} \Rightarrow 1 = \frac{100}{5h} \Rightarrow h = 20 \text{ cm}$$

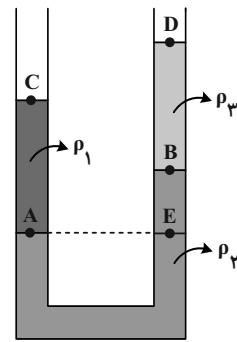
$$h_{مایع} = 70 - 20 = 50 \text{ cm}$$

حال ارتفاع مایع برابر می‌شود با:

و برای تعیین چگالی مایع داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{Ah} \Rightarrow \rho = \frac{300}{5 \times 50} = \frac{6}{5} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)



$$P_A = P_E \quad (1)$$

از طرفی فشار در نقطه E که عمق بیشتری نسبت به نقطه B دارد، بیشتر

$$P_E > P_B \xrightarrow{(1)} P_A > P_B \quad (2) \quad \text{است. پس داریم:}$$

$$P_C = P_D = P_C \quad (3) \quad \text{در نقاط C و D فشار برابر فشار هواست.}$$

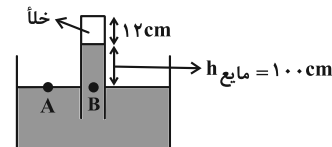
شرط‌های (۱)، (۲) و (۳) در گزینه (۱) برقرار است.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۵)

۱۲۶- گزینه «۱»

(مقتبی نکاتیان)

فشار در نقاط همتراز درون یک مایع ساکن با هم برابر است. بنابراین:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_C = P_{مایع} = 75 \text{ cmHg}$$

پس ارتفاع ستون مایع را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\rho_{مایع} h_{مایع} = \rho_{جیوه} h_{جیوه} \Rightarrow (10/2)h_{مایع} = (13/6)(75)$$

$$\Rightarrow h_{مایع} = 100 \text{ cm}$$

با پایین آوردن لوله در راستای قائم، مایع بخش خلأ لوله را پر کرده و به

انتهای بسته لوله نیرو وارد می‌کند. بنابراین داریم:

$$F_{انتهای لوله} \times A = P_{انتهای لوله}$$

$$\Rightarrow P_{انتهای لوله} = \frac{4/0.8}{5 \times 10^{-4}} = 8160 \text{ Pa}$$

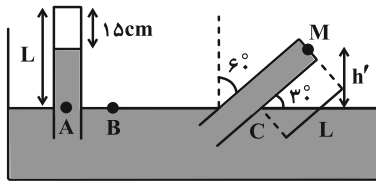
طبق رابطه  $P = \rho gh$ ، فشار وارد بر انتهای لوله را بر حسب سانتی‌متر جیوه

به دست می‌آوریم:

(علی بزرگر)

۱۳- گزینه «۱»

ابتدا فشار گاز را برحسب پاسکال به دست می‌آوریم:



$$P_g (\text{پیمانهای}) = P_{\text{گاز}} - P_0 \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_g + P_0$$

$$= -87/75 + 101/25 = 13/5 \text{ kPa}$$

سپس فشار گاز را به سانتی‌متر جیوه تبدیل می‌کنیم:

$$P_{\text{گاز}} = P_{\text{جیوه}} = \rho g h = \frac{P = 13500 \text{ Pa}}{\rho = 13500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$$

$$13500 = 13500 \times 10 \times h \Rightarrow h = \frac{1}{10} \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

از طرفی اگر فشار هوا را برحسب سانتی‌متر جیوه به دست آوریم، می‌توان

ارتفاع مایع را به دست آورد:

$$P_0 = \rho g h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 101250 = 13500 \times 10 \times h$$

$$\Rightarrow h = 0.75 \text{ m} = 75 \text{ cm}$$

فشار در نقاط هم تراز از یک مایع برابر است:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = P_{\text{گاز}} + P_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow 75 = 10 + P_{\text{جیوه}} \Rightarrow P_{\text{جیوه}} = h_{\text{جیوه}} = 65 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow L_{\text{لوله}} = h_{\text{جیوه}} + 15 = 65 + 15 = 80 \text{ cm}$$

پس از انحراف لوله، باید ارتفاع انتهی لوله از سطح مایع را به دست آورد:

$$h' = L \sin 30^\circ = 80 \times \frac{1}{2} = 40 \text{ cm}$$

$$\frac{P_B = P_C = P_0}{\rightarrow} P_C = P_M + \rho g h' = P_0$$

$$\text{برحسب cmHg} \Rightarrow P_M + 40 = 75 \Rightarrow P_M = 35 \text{ cmHg}$$

$$\Rightarrow P_M = \rho g h'_{\text{جیوه}} = 13500 \times 10 \times \frac{35}{100} = 47250 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow F_{\text{انتهی لوله}} = P \times A = 47250 \times 3 \times 10^{-4} = 14/175 \text{ N}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

(مهمرکلام منشاری)

۱۲۸- گزینه «۴»

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{A_1}{A_2} \quad (1)$$

$$r_2 = 2/5 r_1 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = 4/25 = \frac{25}{4}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{v_2}{v_1} = \frac{4}{25} = \frac{16}{100} \Rightarrow v_2 = \frac{16}{100} v_1$$

$$\frac{\Delta v}{v_1} \times 100 = \frac{v_2 - v_1}{v_1} \times 100 = \frac{-16}{100} v_1 \times 100 = -16\%$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

(مهمرکلام منشاری)

۱۲۹- گزینه «۲»

برای یافتن ارتفاعی از جیوه که معادل ارتفاع  $h_x$  از مایع X فشار وارد

می‌کند، می‌توان از رابطه زیر استفاده نمود:

$$\rho_x h_x = 13/6 h \Rightarrow h = \frac{h_x \rho_x}{13/6}$$

$$A : \rho_A h_A = 13/6 h \Rightarrow h = \frac{\rho_A h_A}{13/6} = \frac{5/1}{13/6} h_A = \frac{3}{8} h_A$$

$$B : \rho_B h_B = 13/6 h' \Rightarrow h' = \frac{\rho_B h_B}{13/6} = \frac{6/8}{13/6} h_B = \frac{1}{2} h_B$$

$$C : \rho_C h_C = 13/6 h'' \Rightarrow h'' = \frac{\rho_C h_C}{13/6} = \frac{11/9}{13/6} h_C = \frac{2}{3} h_C$$

$$P_{\text{کل}} = P_0 + P_A + P_B + P_C \Rightarrow 100 = 75 + h + h' + h''$$

$$\Rightarrow h + h' + h'' = \frac{3}{8} h_A + \frac{1}{2} h_B + \frac{2}{3} h_C = 25 \text{ cm}$$

$$h_A + h_B + h_C = 55 \text{ cm}$$

$$h_C = \frac{1}{3} h_A \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{3} h_A + h_B = 55 \text{ cm} & (1) \\ \frac{h_A}{2} + \frac{h_B}{2} = 25 \text{ cm} \Rightarrow h_A + h_B = 50 \text{ cm} & (2) \end{cases}$$

با حل معادلات بالا داریم:

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{1}{3} h_A = 5 \text{ cm} \Rightarrow h_A = 15 \text{ cm} \Rightarrow h_B = 15 \text{ cm}$$

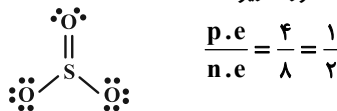
(فیزیک ۱- صفحه‌های ۳۲ و ۳۷)

## شیمی ۳

## ۱۳۱- گزینه «۱»

(امیرعلی بیات)

در ردیف ۲، رنگ اتم مرکزی اشتباه ذکر شده، خاصیت نافلزلی اکسیژن از نیتروژن بیشتر است و به همین دلیل نیتروژن به رنگ آبی درمی آید. در ردیف ۴ ساختار لوویس  $SO_3$  به صورت زیر است:



(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

## ۱۳۲- گزینه «۱»

(عمید زبئی)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ سرخ بودن خاک رس به دلیل وجود آهن (III) اکسید در آن است.

ب) نادرست؛ درصد جرمی آب کاهش می‌یابد.

پ) نادرست؛ وجود  $SiO_2$  در سازه‌های سنگی باعث استحکام آن‌ها شده است که اکسید شبه‌فلزی است.

ت) درست

$$\frac{10}{100} = \frac{100g \text{ آب}}{1000g \text{ نمونه}} \rightarrow \frac{225g \text{ آب}}{1125g \text{ نمونه}} = \frac{x}{100} \\ \Rightarrow x = 20$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶۹ و ۷۰)

## ۱۳۳- گزینه «۴»

(امیر ماتیان)

لایه‌لایه بودن ساختار گرافیت عامل نرم بودن این ماده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) درست؛ در ساختار الماس هر اتم کربن با ۴ پیوند کووالانسی یگانه به ۴ کربن دیگر متصل است و در گرافیت با ۴ پیوند کووالانسی به ۳ کربن دیگر متصل است.

۲) درست؛ مطابق مطالب صفحه ۷۲

۳) درست؛ به دلیل پایدار بودن گرافیت نسبت به الماس درست است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

## ۱۳۴- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

الماس، گرافیت و گرافن، دارای پیوندهای اشتراکی میان میلیون‌ها اتم کربن هستند و جامد کووالانسی هستند و یخ به دلیل دارا بودن همزمان پیوندهای اشتراکی و نیروی بین مولکولی که از ویژگی‌های یک ترکیب مولکولی است، و داشتن واحدهای مجزای مولکولی و گرافیت جامد مولکولی محسوب می‌شود. در میان الماس، گرافیت و گرافن، چینش اتم‌ها در گرافیت و گرافن دو بعدی است، پیوندهای موجود در الماس و گرافن فقط از نوع اشتراکی (کووالانسی) و در گرافیت به دلیل ساختار لایه‌لایه و منسجم آن، هم پیوند اشتراکی (در لایه‌ها) و هم نیروی واندروالسی (بین لایه‌ها) وجود دارد. همه این مواد ساختار مشبک شش ضلعی دارند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

## ۱۳۵- گزینه «۲»

(مهمرب عظیمیان/زواره)

برای ساخت منشور و عدسی‌ها از کوآرتز ( $SiO_2$  خالص) استفاده می‌شود.

بررسی برخی گزینه‌های درست:

۱) سیلیسیم پس از اکسیژن فراوان‌ترین عنصر در پوسته جامد زمین است.

۳) کوآرتز و ماسه به ترتیب نمونه‌های خالص و ناخالص سیلیس ( $SiO_2$ ) هستند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

## ۱۳۶- گزینه «۲»

(سعید تیزرو)

تنها موارد اول و پنجم نادرست است.

بررسی مورد اول: گرافیت برخلاف گرافن شفاف و انعطاف‌پذیر نیست.

بررسی مورد پنجم: در گرافیت برخلاف گرافن، علاوه بر پیوند اشتراکی میان اتم‌های C، بین لایه‌های مسطح سازنده آن، نیروهای واندروالسی نیز برقرار است. (گرافن تک لایه است.)

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

## ۱۳۷- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

الماس از گرافیت ناپایدارتر است و سطح انرژی آن بالاتر است. بنابراین از سوختن الماس در مقایسه با گرافیت گرمای بیشتری آزاد می‌شود.

چگالی الماس از گرافیت که ساختار لایه‌لایه دارد بیشتر است و آنتالپی پیوند  $Si-O$  از  $Si-C$  بیشتر است، چراکه طول پیوند آن کمتر است.سختی  $SiC$  از گرافیت بیشتر است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

## ۱۳۸- گزینه «۳»

(مهمرب رضا پورباویر)

موارد اول و چهارم نادرست هستند.

اغلب ترکیبات آلی جزء مواد مولکولی هستند.

در ساختار یخ هر اتم O با دو اتم H در مولکول خود پیوند اشتراکی دارد

اما با دو اتم H از دو مولکول مجاور خود پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

## ۱۳۹- گزینه «۴»

(مهمرب رضا جمشیری)

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) از آینه‌ها برای متمرکز کردن پرتوهای خورشیدی بر روی گیرنده برج و گرم کردن شاره یونی استفاده می‌شود.

۲) HF به دلیل داشتن پیوند هیدروژنی و قطبی بودن، نقطه جوش بیشتری نسبت به  $N_3$  دارد.

۳) هر چه تفاوت نقطه ذوب و جوش یک ماده خالص بیشتر باشد، آن ماده در

گستره دمایی بیشتری به حالت مایع باقی می‌ماند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)





## ۱۴۰- گزینه «۳»

(امیرعلی بیات)

بررسی موارد:

الف) درست؛ در مولکول  $\text{CO}_2$ ، اتم‌های اکسیژن تراکم بار الکتریکی منفی بیشتری دارند.

ب) نادرست؛ مولکول  $\text{O}_3$  با این که از یک نوع اتم تشکیل شده است ولی قطبی به حساب می‌آید و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

پ) درست؛ در  $\text{CHCl}_3$ ، بیشترین رنگ قرمز مربوط به کلر است.

ت) درست؛  $\text{SO}_3$  مولکولی مسطح است که اتم‌های اکسیژن تراکم بار الکتریکی بیشتری دارند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۵ و ۷۶)

## شیمی ۳- پیشروی سریع

## ۱۴۱- گزینه «۱»

(امیرعلی بیات)

چگالی بار وابسته به میزان بار و شعاع یون است.

چگالی بار آنیون  $\text{O}^{2-}$  از  $\text{Na}^+$  به دلیل اندازه بار بیشتر، بزرگ‌تر است. برای برخی عناصر گروه ۱۴ مثل C و Si که یون تک‌اتمی ندارند چگالی بار تعریف نمی‌شود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

## ۱۴۲- گزینه «۲»

(رضا سلیمان)

عبارت‌های (آ)، (ب) و (پ) درست هستند. بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ) A, B, C به ترتیب عنصرهای وانادیم (۲۳V)، مس (۲۹Cu) و منیزیم (۱۲Mg) هستند. عنصر وانادیم در ترکیب‌های خود می‌تواند دارای اعداد اکسایش (+۲)، (+۳)، (+۴) و (+۵) باشد، مس در ترکیب‌های یونی خود می‌تواند عدد اکسایش (+۱) یا (+۲) و عنصر منیزیم در ترکیب‌های خود تنها می‌تواند عدد اکسایش (+۲) داشته باشد؛ پس مقایسه تنوع عدد اکسایش به درستی انجام نشده است.

عبارت (ب) در جدول دوره‌ای، در یک گروه از بالا به پایین، خصلت فلزی افزایش و در یک دوره از چپ به راست، خصلت فلزی کاهش می‌یابد. خصلت نافلزی نقطه مقابل خصلت فلزی است، پس در میان عنصرهای مطرح شده، بیشترین خصلت فلزی مربوط به عنصر F و بیشترین خصلت نافلزی مربوط به عنصر D است.

عبارت (پ) C, D, E به ترتیب عنصرهای  $12\text{Mg}$ ،  $7\text{N}$  و  $15\text{P}$  هستند و مقایسه صحیح شعاع یونی آن‌ها به صورت  $\text{Mg}^{2+} > \text{N}^{3-} > \text{P}^{3-}$  است. توجه، شعاع یونی در یک گروه از بالا به پایین افزایش می‌یابد، بنابراین شعاع یون پایدار E ( $\text{E}^{3-}$ ) بیشتر از شعاع یون پایدار D ( $\text{D}^{3-}$ ) است. از طرفی  $\text{D}^{3-}$  ( $7\text{N}^{3-}$ ) و  $\text{C}^{2+}$  ( $12\text{Mg}^{2+}$ ) هم‌الکترون هستند؛ می‌دانیم میان یون‌های هم‌الکترون، یونی که بار منفی دارد شعاع بزرگ‌تری دارد، بنابراین شعاع  $\text{D}^{3-}$  بزرگتر از  $\text{C}^{2+}$  است.

ت) نیروهای جاذبه بین یون‌ها با بار الکتریکی یون‌ها رابطه مستقیم و با شعاع یون‌ها رابطه معکوس دارد. از آن‌جا که مجموع اندازه بارهای الکتریکی آنیون و کاتیون ( $\text{F}^+$  و  $\text{D}^{3-}$ ) کم‌تر از این مقدار در ترکیب یونی بین  $\text{C}^{2+}$  و  $\text{D}^{3-}$  است، بنابراین قدرت نیروی جاذبه آن کم‌تر است.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

## ۱۴۳- گزینه «۱»

(حسن رممتی کوکندره)

از مدل دریای الکترونی می‌توان برای توجیه برخی رفتارهای فیزیکی فلزها استفاده کرد. واکنش‌پذیری از جمله رفتارهای شیمیایی فلزها است.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۷)

## ۱۴۴- گزینه «۳»

(امیر ماتمیان)

موارد «الف»، «ب» و «پ» نادرست است.

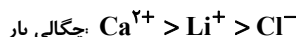
بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست - گستره دمایی مایع بودن:

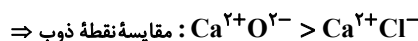
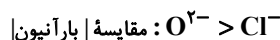


ب) نادرست - نسبت اندازه بار به شعاع، با چگالی بار هم‌ارز می‌باشد:

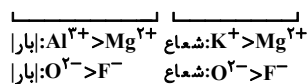
هرچه اندازه بار بزرگ‌تر و شعاع یونی کوچک‌تر آن‌گاه چگالی بار بیشتر است.



پ) نادرست:



ت) درست؛ مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکه:



(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

## ۱۴۵- گزینه «۲»

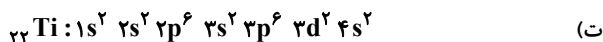
(رسول عابدینی زواره)

بررسی موارد:

الف) درست

ب) نادرست؛ براساس مدل دریای الکترونی، ساختار فلزها آرایش منظمی از کاتیون‌ها در سه بعد است که سست‌ترین الکترون‌های موجود در اتم دریایی را ساخته‌اند و در آن آزادانه جابه‌جا می‌شوند و این عامل باعث خاصیت چکش‌خواری فلزات می‌شود.

پ) نادرست؛ نقطه ذوب تیتانیم بیشتر از فولاد است.



$$16 = (2 \times 2) + (12 \times 1) + (8 \times 0) = \text{مجموع عدد کوانتومی فرعی الکترون‌ها}$$

$$\begin{cases} l=0 \Rightarrow s \\ l=1 \Rightarrow p \\ l=2 \Rightarrow d \end{cases}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)

#### ۱۴۹- گزینه «۱»

(امیرعلی بیات)

فقط گزینه اول درست است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) در الگوی دریای الکترونی، الکترون‌های ظرفیت دخالت دارند. مثلاً در عناصر واسطه دوره چهارم الکترون‌های زیرلایه  $4s$  و  $3d$  دخالت دارند.

۳) مطابق شکل همان تعداد الکترونی که وارد دریای الکترونی می‌شود، به همان تعداد هم الکترون از سوی دیگر دریای الکترونی خارج می‌شود. پس تعداد الکترون‌های آن ثابت است.

۴) گرافیت دریای الکترونی ندارد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

#### ۱۵۰- گزینه «۳»

(ممسن مینونی)

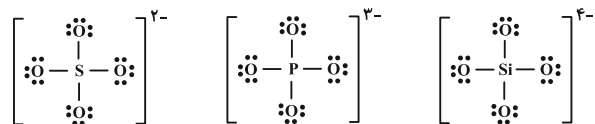
مورد (الف) نادرست است.

بررسی موارد:

الف) جیوه عنصری از جدول تناوبی است که در دما و فشار اتاق به حالت مایع می‌باشد اما ترکیب مولکولی نیست.

ب) دی متیل اتر و پروپان جرم مولی نزدیک به هم دارند اما دی متیل اتر ترکیبی قطبی و پروپان ترکیبی ناقطبی است. پس دی متیل اتر نسبت به پروپان آسان تر مایع می‌شود.

پ)



سولفات

فسفات

سیلیکات

با توجه به مشابه بودن ساختار لوویس این سه یون، نسبت جفت الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در آن‌ها با هم برابر است.

ت) طول پیوند  $\text{Si--C}$  نسبت به طول پیوند  $\text{Si--Si}$  کمتر است، بنابراین انرژی پیوند آن بیشتر و در نتیجه سختی آن هم بیشتر خواهد بود.

ث) جامدهای کووالانسی در حالت مایع نارسانا و در حالت جامد سخت هستند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

ت) درست؛ فلزات سازنده آلیاژ هوشمند، فلزات تیتانیم و نیکل هستند که هر دو در دوره چهارم جدول تناوبی قرار دارند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸)

#### ۱۴۶- گزینه «۴»

(امیرعلی بیات)

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست؛ الکترون‌های زیرلایه  $3d$  و  $4s$  فلزات واسطه دوره چهارم در دریای الکترونی آن نقش دارند.

۲) نادرست؛ فلزات ویژگی‌های مشترکی دارند ولی در خواصی مثل سختی، نقطه ذوب و تنوع عدد اکسایش با هم تفاوت دارند.

۳) نادرست؛ رنگ‌های محلول وانادیوم به ترتیب افزایش بار: بنفش، سبز، آبی و زرد.

۴) درست؛ مدل دریای الکترونی فقط برای توجیه برخی خواص فیزیکی فلزات است، برخی ترکیبات یونی هم دارای فلز هستند ولی دریای الکترونی ندارند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۷)

#### ۱۴۷- گزینه «۱»

(امیرمسعود حسینی)

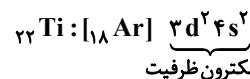
نیتینول آلیاژی از دو فلز  $\text{Ni}$  و  $\text{Ti}$  است که در ساخت استنت برای رگ‌ها به کار می‌رود.

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست؛ از فلز تیتانیم به دلیل چگالی کم‌تر و نقطه ذوب بالاتر از فولاد در ساخت موتور جت استفاده می‌شود.

۲) درست؛  $\text{Ti}$  و  $\text{Ni}$  هر دو در دوره چهارم جدول تناوبی جای داشته و جزو نخستین سری از عناصر واسطه (عناصر دسته  $d$ ) هستند. اغلب فلزهای دسته  $d$  نسبت به فلزات دسته  $s$  و  $p$  سختی و نقطه ذوب بیشتری دارند.

۳) درست؛ در پوشش بیرونی موزه گوگنهایم از  $\text{Ti}$  استفاده می‌شود که ۴ الکترون در لایه ظرفیت اتم خود دارد:



۴) درست؛ نیتینول به آلیاژ هوشمند معروف است و در ساخت قاب عینک، استنت برای رگ‌ها و سازه فلزی در ارتودنسی به کار می‌رود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)

#### ۱۴۸- گزینه «۴»

(روزبه رضوانی)

بررسی موارد:

الف)  $\text{Ti}$  ۲۲، گروه ۴ و دوره ۴

ب) به جز  $V$  ۲۳، بقیه عناصر واسطه این دوره دو حرفی هستند.

پ) در میان فلزات واسطه دوره ۴ اتم فقط  $\text{Sc}$  با از دست دادن الکترون به آرایش گاز نجیب می‌رسد.



## شیمی ۲

## گزینه ۲» ۱۵۱

(مسین شاهسواری)

بررسی برخی موارد نادرست:

الف) شمار ترکیبات کربن به تنهایی از ترکیبات دیگر عناصر بیشتر است پس شمار ترکیبات نافلزنی بیشتر از ترکیبات فلزی است.

پ) در مدل فضاپرکن برخلاف گلوله و میله، تعداد پیوند میان اتم‌ها معلوم نیست.

(ت) بررسی حالات:

(۱) پیوند سه گانه - ۱ پیوند یگانه) - (۲ پیوند دوگانه) - (۱ پیوند دوگانه - ۲

پیوند یگانه) - (۴ پیوند یگانه)

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳)

## گزینه ۴» ۱۵۲

(آرمین مسمری پیرانی)

بررسی موارد نادرست:

(۱) اولین عضو آلکن‌ها (اتن) در کشاورزی و اولین عضو آلکین‌ها (اتین) در جوشکاری کاربرد دارد.

(۲) در محیط اسیدی به علت حضور  $H_2SO_4$  (نه قلیایی)

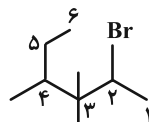
(۳) در گذشته (امروزه کاربرد گسترده ندارد).

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

## گزینه ۱» ۱۵۳

(امیرعلی بیات)

نام شکل داده شده ۴- کلو ۳- فلونورو ۵- متیل هپتان می‌باشد و باید حواسمان باشد که در نام گذاری آلکان‌ها از «۲- اتیل» نمی‌توان استفاده کرد. همچنین نام صحیح ترکیب دوم هم ۲- برمو ۳، ۴- تری متیل هگزان می‌باشد.



(شیمی ۲ - صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

## گزینه ۱» ۱۵۴

(مهمر عظیمیان زواره)

بررسی موارد نادرست:

پ) گاز  $SO_2$  (گوگرد دی اکسید) خارج شده از نیروگاه‌ها را با عبور از روی کلسیم اکسید (CaO) به دام می‌اندازند.

ت) این آلکن می‌تواند دارای ۶ اتم کربن باشد و فرمول مولکولی آن  $C_6H_{10}$  می‌تواند باشد و حداقل شامل ۴ اتم هیدروژن است.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۴۰، ۴۶ و ۴۷)

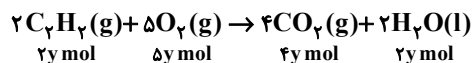
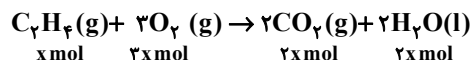
## گزینه ۲» ۱۵۵

(مسین شاهسواری)

$$\text{مول گاز تولیدی} = \frac{\text{حجم گاز}}{\text{حجم مولی در STP}} = \frac{224}{22/4} = 10 \text{ mol}$$

$$\text{مول اکسیژن مصرفی} = \frac{\text{جرم } O_2}{\text{جرم مولی } O_2} = \frac{416}{32} = 13 \text{ mol}$$

تذکر: در شرایط STP، حالت فیزیکی آب مایع است.



$$\begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ 3x + 5y = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$$

نکته: درصد حجمی گازها با درصد مولی آن‌ها برابر است:

$$\text{درصد مولی } C_2H_4 = \frac{\text{mol } C_2H_4}{\text{کل mol}} \times 100 \Rightarrow \frac{1}{5} \times 100 = 20\%$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۳۶، ۳۷، ۴۰ و ۴۲)

۱۵۶- گزینه «۳»

(مهمربضا جمشیری)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) بستر اقیانوس‌ها، منبع غنی از منابع فلزی گوناگون است که انسان‌ها به تازگی آن را کشف کرده‌اند.

(۲) غلظت برخی گونه‌های فلزی موجود در بستر اقیانوس‌ها نسبت به ذخایر زمینی بیشتر است.

(۴) با توجه به متن کتاب درسی، در بستر اقیانوس‌ها، ستون‌های سولفیدی وجود دارند.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱۵۷- گزینه «۴»

(مهمرب عظیمیان زواره)

در استخراج ۱۰۰۰ کیلوگرم آهن تقریباً ۲۰۰۰ کیلوگرم سنگ معدن آهن و ۱۰۰۰ کیلوگرم از منابع معدنی دیگر استفاده می‌شود. بنابراین در استخراج  $a$  تن آهن تقریباً  $2a$  تن سنگ معدن آهن و  $a$  تن از منابع معدنی دیگر استفاده می‌شود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۱۵۸- گزینه «۴»

(امیر ماتمیان)

کمتر از ده درصد نفت خام مصرفی در دنیا برای تولید الیاف، پارچه، شوینده‌ها، مواد آرایشی و ... به کار می‌رود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۱۵۹- گزینه «۲»

(هاری مهری زاده)

موارد (پ) و (ت) نادرست‌اند.

بررسی موارد:

(الف) بوتان در سوخت فندک کاربرد دارد و در دمای  $22^{\circ}\text{C}$  به حالت گاز است.

(ب) آلکانی که ۱۶ پیوند  $\text{C}-\text{H}$  دارد،  $\text{C}_7\text{H}_{14}$  است و آلکانی که دارای

۳۸ الکترون پیوندی (۱۹ پیوند) است،  $\text{C}_6\text{H}_{14}$  می‌باشد که حالت فیزیکی

آن‌ها با حالت فیزیکی برم (مایع) در دمای اتاق یکسان است.

(پ) در بازه دمایی  $323^{\circ}\text{C}$  کلین ( $5^{\circ}\text{C}$ ) تا  $475^{\circ}\text{C}$  کلین ( $202^{\circ}\text{C}$ ) حدود ۶

آلکان مایع وجود دارد.

(ت) با افزایش تعداد اتم‌های کربن، نقطه جوش آلکان‌ها برخلاف فراریت

آن‌ها افزایش می‌یابد.

(ث) از آلکان‌های مایع برای حفاظت از فلزات استفاده می‌شود، اولین آلکانی


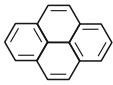
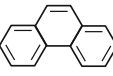
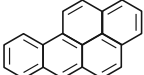
که پیوند  $\text{C}-\text{C}$  دارد، اتان است که در دمای اتاق به حالت گاز است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۳ تا ۴۰)

۱۶۰- گزینه «۲»

(یاسر راش)

مقایسه‌های دوم و سوم درست هستند.

ویژگی مولکول	فرمول مولکولی نسبت $\frac{\text{C}}{\text{H}}$	شمار پیوندهای $\text{C}-\text{C}$	شمار پیوندهای $\text{C}=\text{C}$	شمار پیوندهای $\text{C}-\text{H}$
	$\text{C}_{10}\text{H}_8$ $\frac{\text{C}}{\text{H}} = \frac{10}{8} = 1/25$	۶	۵	۸
	$\text{C}_{14}\text{H}_{10}$ $\frac{\text{C}}{\text{H}} = \frac{14}{10} = 1/6$	۱۱	۸	۱۰
	$\text{C}_{14}\text{H}_{10}$ $\frac{\text{C}}{\text{H}} = \frac{14}{10} = 1/4$	۹	۷	۱۰
	$\text{C}_{16}\text{H}_{12}$ $\frac{\text{C}}{\text{H}} = \frac{16}{12} = \frac{5}{3}$	۱۴	۱۰	۱۲

(شیمی ۲- صفحه ۴۳)

## شیمی ۱

## ۱۶۱- گزینه «۳»

(مهمربنا پوریاوید)

الف) دوره دوم و سوم جدول دوره‌ای هر یک دارای ۸ عنصر هستند که در بین آن‌ها آرایش الکترون نقطه‌های  $Li$ ،  $Be$ ،  $B$  و  $C$  از دوره دوم  $Na$ ،  $Mg$ ،  $Al$  و  $Si$  از دوره سوم فاقد الکترون جفت شده است.

ب) آرایش الکترونی  $^{2+}A_{28}^{59}$  به صورت  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^8$  بوده و این یون دارای  $31 - 28 = 59$  نوترون می‌باشد. در حالی که آرایش الکترونی  $B_{26}^{56}$  به صورت  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^2$  است. یون  $C_{28}^{55}$  نیز دارای  $30 - 25 = 55$  نوترون است.

پ) در یک اتم زیرلایه‌های  $6s$ ،  $5p$  و  $4d$  دارای  $6 + 1 + n$  هستند که به ترتیب می‌توانند ۲، ۶ و ۱۰ الکترون در خود جای دهند. بنابراین حداکثر ۱۸ الکترون چنین شرایطی دارند.

ت) عنصر  $X_{27}$  با گرفتن ۲ الکترون به یون  $X^{2-}$  تبدیل شده و آرایش گاز نجیب  $Xe_{54}$  را پیدا می‌کند،  $Y_{38}$  نیز با از دست دادن ۲ الکترون به یون  $Y^{2+}$  با آرایش الکترونی گاز نجیب  $Kr_{36}$  تبدیل خواهد شد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۸ تا ۳۵)

## ۱۶۲- گزینه «۴»

(مسین شاهسواری)

فلز  $X$  با از دست دادن سه الکترون به کاتیون  $X^{3+}$  تبدیل می‌شود.

نافلز  $Y$  با گرفتن دو الکترون به آنیون  $Y^{2-}$  تبدیل می‌شود.

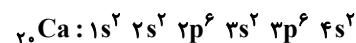
در نتیجه ترکیب یونی حاصل  $X_3Y_2$  خواهد بود.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

## ۱۶۳- گزینه «۳»

(امیرعلی بیات)

با توجه به شکل داده شده عناصر ۱ تا ۴ به ترتیب  $He_2$ ،  $F_9$ ،  $Mg_{12}$  و  $Ni_{28}$  هستند و عنصر گفته شده همان  $Ca_{20}$  است که با  $Ni_{28}$  (شکل ۴) هم‌دوره و با  $Mg_{12}$  (شکل ۳) هم‌گروه است.



(شیمی ۱- صفحه ۴۳)

## ۱۶۴- گزینه «۱»

(مهمربنا پوریاوید)

حداکثر ظرفیت پذیرش الکترون در هر زیرلایه و لایه به ترتیب از  $2+4f$  و  $2n^2$  به دست می‌آید. عدد کوانتومی فرعی برای چهارمین نوع زیرلایه برابر ۳ می‌باشد. بنابراین:

$$l = 3 : 4l + 2 = 14$$

$$n = 5 : 2n^2 = 50$$

$$\frac{14}{50} = 0.28$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۷ تا ۳۰)

## ۱۶۵- گزینه «۲»

(علیرضا بیانی)

بررسی موارد:

الف) هر عنصر نسبت به عنصر قبلی خود یک پروتون و یک الکترون بیشتر دارد. چون عدد اتمی یک واحد افزایش می‌یابد.

ب) دوره سوم شامل ۸ عنصر و دوره چهارم شامل ۱۸ عنصر می‌باشد که جمعاً ۲۶ می‌شود ولی اولین عنصری که از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند  $Cr_{24}$  می‌باشد.

پ) زیرلایه  $3d$  در عناصر دوره چهارم پیدا می‌شود.

ت) حداکثر گنجایش زیرلایه پنجم ( $l = 4$ ) (زیرلایه اول  $l = 0$  است پس زیرلایه پنجم  $l = 4$  می‌باشد) که از رابطه  $4l + 2$  پیروی می‌کند برابر  $18 = 4 \times 4 + 2$  می‌باشد و حداکثر گنجایش لایه سوم که از رابطه  $2n^2$  به دست می‌آید برابر  $18 = 2 \times 3^2$  است.

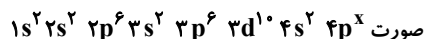
(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

## ۱۶۶- گزینه «۲»

(امیر ماتیان)

عبارت‌های الف) و ت) درست هستند.

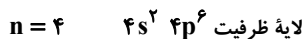
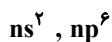
این اتم دارای ۸ زیرلایه است پس آرایش زیرلایه‌ها به



بررسی موارد:

الف) درست؛ شماره دوره این عنصر ۴ می‌باشد.

ب) نادرست؛ آخرین لایه الکترونی این عنصر لایه چهارم است که می‌تواند حداکثر ۸ الکترون داشته باشد.



پ) نادرست؛ این عنصر جزو عناصر دسته  $p$  می‌باشد و می‌تواند در گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ جدول باشد.

ت) درست؛ چون جزو عناصر دسته  $p$  دوره چهارم جدول تناوبی است لذا زیرلایه  $3d$  به صورت کامل ( $3d^{10}$ ) پر شده است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)





# دفترچه پاسخ فرهنگیان

(تعلیم و تربیت اسلامی و هوش و استعداد)

۱۲ بهمن ماه ۱۴۰۳

ریاضی و فیزیک، علوم تجربی و فنی و حرفه‌ای / کار دانش

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳

## تعلیم و تربیت اسلامی

۲۵۱- گزینه «۳»

(میثم هاشمی)

در گزینه «۳»، هر دو مورد نادرست است؛ زیرا آدمی با عزم خودش آن چه که انتخاب کرده عملی می‌سازد نه با عزم دیگران، و همچنین در محاسبه و ارزیابی، عوامل موفقیت یا عدم موفقیت شناخته می‌شود.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: مورد دوم، درست است.

گزینه «۲»: هر دو مورد درست است.

گزینه «۴»: هر دو مورد درست است.

(دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

۲۵۲- گزینه «۴»

(مرتضی مفسنی کبیر)

برای حرکت در مسیر هدف، وجود اسوه و الگوهایی که راه را با موفقیت طی کرده و به مقصد رسیده‌اند، بسیار ضروری است؛ زیرا وجود این الگوها، اولاً به ما ثابت می‌کند که این راه موفقیت‌آمیز است، ثانیاً می‌توان از تجربه آنان استفاده نمود و مانند آنان عمل کرد و از همه مهم‌تر این که می‌توان از آنان کمک گرفت و با دنباله‌روی (پیروی) از آنان سریع‌تر به هدف رسید.

(دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۱۰۳)

۲۵۳- گزینه «۲»

(میثم هاشمی)

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه‌های «۱» و «۴»: بعد از محاسبه، اگر معلوم شود که در انجام عهد خود موفق بوده‌ایم، خوب است خدا را سپاس گوئیم و شکرگزار او باشیم؛ زیرا می‌دانیم که او بهترین پشتیبان ما در انجام پیمان‌هاست.

حضرت علی (ع) می‌فرماید: «زیرک‌ترین افراد کسی است که از خود و عملش بعد مرگ حساب بکشد».

(دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

۲۵۴- گزینه «۴»

(مرتضی مفسنی کبیر)

اسوه بودن آن بزرگان مربوط به اموری که به‌طور طبیعی و با تحولات صنعتی تغییر می‌کنند، نیست؛ مانند وسایل حمل و نقل، امکانات شهری و ... بلکه اسوه‌بودن در اموری است که همواره برای بشر خوب و باارزش بوده‌اند. با گذشت زمان حتی درک بیشتری از آن‌ها نیز به دست آمده است مانند تقسیم اوقات پیامبر (ص) به سه قسمت.

(دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۱۰۴)

۲۵۵- گزینه «۲»

(یاسین ساعری)

استواری بر هدف، شکیبایی و تحمل سختی‌ها برای رسیدن به آن هدف از آثار عزم قوی است.

(دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۹۹)

۲۵۶- گزینه «۴»

(مرتضی مفسنی کبیر)

امام علی (ع) می‌فرماید: «من حاسب نفسه وقف علی عیوبه و احاط بذنوبه و استقال الذنوب و اصلح العیوب: هر کس محاسبه نفس کند، بر عیب‌هایش آگاه می‌شود و بر گناهانش احاطه پیدا می‌کند و گناهان را جبران می‌کند و عیب‌ها را اصلاح می‌کند.» و در بیان دیگری می‌فرماید: «من حاسب نفسه، سَعِدَ: هر کس محاسبه نفس کند، خوش‌بخت می‌شود» جملات بعد از «من حاسب نفسه» آثار محاسبه نفس به شمار می‌رود.

(دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۱۰۲)

۲۵۷- گزینه «۳»

(یاسین ساعری)

خداوند در آیه ۱۰ سورة فتح می‌فرماید: «... و هر که به عهدی که با خدا بسته وفادار بماند، به‌زودی پاداش عظیمی به او خواهد داد».

(دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۱۰۰)

۲۵۸- گزینه «۱»

(مرتضی مفسنی کبیر)

تمایلات دانی، مانند تمایل به ثروت، شهرت، غذاهای لذیذ، زیورآلات و رفاه مادی که مربوط به بُعد حیوانی و دنیایی انسان است و وقتی به این تمایلات دست یابیم، از آن‌ها لذت می‌بریم و خوشحال می‌شویم و انسان‌ها به‌طور طبیعی به این امور میل دارند و علاقه نشان می‌دهند؛ زیرا این‌ها لازمه زندگی در دنیا هستند و بدون آن‌ها یا نمی‌توان زندگی کرد یا زندگی سخت و مشکل می‌شود.

(دین و زندگی، عزت نفس، صفحه ۱۱۴)

۲۵۹- گزینه «۳»

(میثم هاشمی)

تشریح گزینه‌های دیگر:

عزت از صفاتی است که قرآن کریم بیش از ۹۵ بار خداوند را بدان توصیف کرده است. (رد گزینه‌های ۲ و ۴)

احادیث ذکرشده در صورت سؤال به‌ترتیب مربوط به دو مرحله تقویت عزت نفس، یعنی «توجه به عظمت خداوند و تلاش برای بندگی او» و «شناخت ارزش خود و فروختن خویش به بهای اندک» است. (رد گزینه‌های ۱ و ۴)

(دین و زندگی، عزت نفس، صفحه‌های ۱۳۸ و ۱۴۰)

۲۶۰- گزینه «۴»

(مرتضی مفسنی کبیر)

عزت نفس، فقط پیمان با خدا را به دنبال دارد. تسلیم و بندگی خداوند، عزت نفس را به دنبال دارد.

(دین و زندگی، عزت نفس، صفحه ۱۱۳)





## ۲۶۴- گزینه ۲»

(میثم هاشمی)

یکی از مهم‌ترین قدم‌ها در مسیر کمال، تقویت عزت نفس است. (رد گزینیه‌های ۱ و ۳)  
عزت از صفاتی است که قرآن کریم بیش از ۹۵ بار خداوند را بدان توصیف کرده است. معصومین بزرگوار (ع) این صفت را از ارکان فضایل اخلاقی دانسته‌اند که اگر در وجود ما شکل بگیرد، مانع بسیاری از زشتی‌ها خواهد شد. (رد گزینیه‌های ۳ و ۴)  
اگر کالای گران‌قیمتی مانند طلا داشته باشیم، اما ارزش واقعی آن را ندانیم، به آسانی فریب می‌خوریم و آن را به بهای اندک می‌فروشیم اما اگر ارزش واقعی آن را بدانیم، آن را عزیز می‌شماریم و به قیمت واقعی می‌فروشیم.

(دین و زندگی ۲، عزت نفس، صفحه‌های ۱۳۸ و ۱۴۰)

## ۲۶۲- گزینه ۱»

(یاسین ساعری)

شناخت ارزش خود و نفروختن خویش به بهای اندک: اگر کالای گران‌قیمتی مانند طلا داشته باشیم اما ارزش و قیمت آن را ندانیم، به آسانی فریب می‌خوریم و آن را به بهای اندک می‌فروشیم اما اگر ارزش آن را بدانیم، آن را عزیز می‌شماریم و به قیمت واقعی می‌فروشیم و بهایی برابر با ارزش آن به دست می‌آوریم.  
از همین رو خداوند خطاب به انسان فرموده: «ای فرزند آدم، این مخلوقات را برای تو آفریدم و تو را برای خودم» و حضرت علی (ع) می‌فرماید: «آته لیسَ لِأَنفُسِكُمْ ثَمَنَ إِلَّا الْجَنَّةَ... همانا بهایی برای جان شما جز بهشت نیست پس خود را به کمتر از آن نفروشید.»

(دین و زندگی ۲، عزت نفس، صفحه ۱۴۰)

## ۲۶۳- گزینه ۴»

(مرتضی مفسنی‌کبیر)

عقل و وجدان یا همان نفس لوامه از انسان می‌خواهد در حد نیاز به تمایلات فروتر پاسخ دهد و فرصتی فراهم کند که تمایلات معنوی و الهی در او پرورش پیدا کند و آن زیبایی‌ها وجودش را فرابگیرد. به تعبیر پیامبر اکرم (ص) جوان به آسمان نزدیک‌تر است؛ یعنی گرایش به خوبی‌ها در او قوی‌تر است.

(دین و زندگی ۲، عزت نفس، صفحه‌های ۱۴۲ و ۱۴۳)

## ۲۶۴- گزینه ۱»

(مرتضی مفسنی‌کبیر)

رسول خدا (ص) فرمودند: «راهنمایی‌کننده به راه خیر، مانند انجام‌دهنده آن است.»  
علم حقیقی، نگاه انسان را توحیدی می‌کند. در حدیث می‌خوانیم: «ثمره العلم معرفة الله؛ ثمره علم، شناخت خداوند است.»

(معارف معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۴)

## ۲۶۵- گزینه ۴»

(مرتضی مفسنی‌کبیر)

قرآن کریم، درباره بعضی انسان‌ها می‌فرماید: «اولئك كالأنعام بل هم اضلّ» آن‌ها مثل حیوانات هستند، بلکه پست‌تر، سپس دلیل انحراف آن‌ها را این‌گونه بیان می‌کند: «اولئك هم الغافلون».

غفلت انواعی دارد: عده‌ای، از توانمندی‌های خود غافل‌اند و نمی‌دانند که چه موجودی هستند.

رسول خدا (ص) فرمودند: «بالاترین صدقات آن است که انسان چیزی را یاد بگیرد و به دیگران بیاموزد.»

(معارف معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۱۸، ۲۱)

## ۲۶۶- گزینه ۴»

(یاسین ساعری)

سیزده آیه در قرآن به سؤال‌های مردم از پیامبر اکرم (ص) اختصاص یافته که با کلمه «یستلونک» همراه است. این نشان می‌دهد که پیامبر (ص) معلم مردم بوده است.  
تعلیم و تربیت، مبارک‌ترین کاری است که خداوند آن را بر دوش انبیا و اوصیا (ع) گذاشته است.

(معارف معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

## ۲۶۷- گزینه ۴»

(مرتضی مفسنی‌کبیر)

قاتل نبودن به محدودیت جغرافیایی: «اطلبوا العلم و لو بالصّین: دانش را بجوید، اگرچه در چین باشد.»  
«فبعث الله غربا یبحث فی الأرض لیریه کیف یواری سوءة أخیه: پس خداوند زاعی را فرستاد که زمین را می‌کاود، تا به او نشان دهد که چگونه کشته برادرش را بپوشاند او دفن کند.»

(معارف معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

## ۲۶۸- گزینه ۲»

(مرتضی مفسنی‌کبیر)

امام حسین (ع) به معلم فرزندش صد دینار هدیه داد و در پاسخ به اعتراض مردم فرمود: «این یقع هذا من عطائه یعنی تعلیمه: این مبلغ، در قبال تعلیمات او چه ارزشی دارد؟»  
«من عمل صالحاً من ذکر او انثی و هو مؤمن فلنحییته حیاة طیّبة: هر کس کار شایسته‌ای کند، چه مرد یا زن، درحالی‌که مؤمن باشد، به زندگی پاک و پسندیده زنده‌اش می‌داریم.»

(معارف معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۱۹ و ۲۸)

## ۲۶۹- گزینه ۱»

(یاسین ساعری)

در قرآن برای توصیف انبیا (ع) عبارات متعددی به کار رفته ولی آنچه بیش از همه استفاده شده، تعبیر «یُعَلِّمُهُمُ الْكِتَابَ وَ الْحِكْمَةَ وَ یُزَكِّيهِمْ» است که نشان می‌دهد کار پیامبران، تعلیم کتاب و حکمت و تزکیه بوده است.

(ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

## ۲۷۰- گزینه ۲»

(مرتضی مفسنی‌کبیر)

نشانه فقیه آن است که مردم را از شر دشمنانشان آزاد سازد: «و انقذهم من اعدائهم».

ناگفته پیداست که «ربوبیت» زمانی کامل است که بر اساس علم، حکمت، مصلحت و رحمت باشد که خداوند همه را دارد.

(ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۱۹ و ۲۴)

## استعداد تحلیلی

۲۷۱- گزینه «۳»

(ممید اصفهانی)

مشحون: پُر، لبریز، مالا مال

(هوش کلامی)

۲۷۲- گزینه «۱»

(ممید اصفهانی)

شهروندانی که خشمگین بودند و برخی از ایشان به فکر پول دیجیتال افتادند.

(هوش کلامی)

۲۷۳- گزینه «۲»

(ممید اصفهانی)

بند دوم متن، پاسخ به این سؤال است که اگر وجهی فارغ از دولت‌ها باشد، چگونه می‌توان آن را کنترل کرد؟

(هوش کلامی)

۲۷۴- گزینه «۴»

(ممید اصفهانی)

درباره کاهش یا افزایش ارزش پول دیجیتال یا نحوه ارتباط بانکداران خصوصی و دولتی، مطلبی در متن نیست ولی انگیزه ساخت ارز دیجیتال در متن هست: جداسازی پول از دولت‌ها.

(هوش کلامی)

۲۷۵- گزینه «۳»

(کتاب استعداد تحلیلی هوش کلامی)

«پسته» و «بادام» هر دو از انواع خشکبار و همه خشکبارها خوراکی‌اند. بنابراین رابطه بین این کلمه‌ها به ترتیب یادشده در گزینه «۳»، به آنچه در صورت سؤال نمودار شده است همانند است. در سایر گزینه‌ها دقت کنید «شلیل» و «هلو» و «انار» از انواع هم نیستند، قرمز و سبز و زرد هر سه رنگ‌اند.

(هوش کلامی)

۲۷۶- گزینه «۳»

(کتاب استعداد تحلیلی هوش کلامی، بر اساس کنکور دکتری سال ۹۲)

گزینه پاسخ، اساس استدلال صورت سؤال را زیر سؤال می‌برد: اگر قرار است خزه‌های دریایی نه از بین برنده دی‌اکسید کربن که صرفاً نگهدارنده آن باشند و در نهایت آن را به محیط بفرستند و باعث آلودگی شوند، چه فایده‌ای برای بهبود محیط زیست دارند؟

(هوش کلامی)

۲۷۷- گزینه «۲»

(کتاب استعداد تحلیلی هوش کلامی، بر اساس کنکور دکتری سال ۹۲)

طبق گزینه پاسخ، مقایسه دو کشور و دو محصول با یکدیگر درست نیست، چرا که محصول ذرت در کشور «ب» به اندازه کشور «الف» به صرفه نیست. این بهترین گزینه است.

(هوش کلامی)

۲۷۸- گزینه «۲»

(فرزاد شیرممدلی)

معنی برای کنار هم بودن «ب» و «ن» نیست، ولی چهار حرف «ز ذ ض ظ» نمی‌توانند کنار هم قرار بگیرند، چرا که خانه‌های عددی ۳، ۶، ۹ و ۱۲ به حرف‌های «ت»، «ف»، «ق» و «ن» اختصاص دارد.

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۷۹- گزینه «۲»

(فرزاد شیرممدلی)

حرف‌های «ت» و «ف» قطعاً کنار هم نیستند. حروف «ج ذ ب» نیز بی‌فاصله کنار هم نمی‌آیند، چرا که هیچ کدام «ت»، «ق»، «ف» و «ن» نیستند.

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۸۰- گزینه «۲»

(فرزاد شیرممدلی)

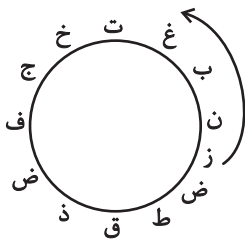
در ساعت یادشده، دو عقربه روی یکدیگرند و یک حرف را نشان می‌دهند.

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۸۱- گزینه «۳»

(فرزاد شیرممدلی)

حرف «ش» اصلاً در حروف نیست. بین «ن» و «ق» نیز حداقل باید دو حرف باشد ولی «زنج» ممکن است، مثلاً:



(هوش منطقی و ریاضی)

۲۸۲- گزینه «۲»

(ممید کنهی)

امیر در هر ساعت  $\frac{1}{12}$  کار را انجام می‌دهد. او در هشت ساعت،

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{12} \times 8 \text{ از کار را انجام داده است پس } \frac{1}{3} \text{ کار باقی بوده است. سه}$$

نفر با هم، در یک ساعت  $\frac{1}{3}$  باقی‌مانده را انجام داده‌اند، یعنی:

$$\frac{1}{12} + x = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$$

پس زهرا و مینا در هر ساعت  $\frac{1}{4}$  از کار را انجام می‌دهند. پس در چهار

ساعت به انجام کل کار می‌رسند.

(هوش منطقی و ریاضی)



۲۸۳- گزینه ۴»

(فاطمه، اسخ)

تعداد پرتاب‌های دوامتیازی داده مفیدی نیست، از پرتاب‌های یک‌امتیازی هم اطلاعی نداریم! تعداد پرتاب‌های یک شخص خاص هم درصد پرتاب‌های درست تیم را معلوم نمی‌کند.

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۸۴- گزینه ۱»

(عمیر کنهی)

اعداد بر اساس باقی‌مانده تقسیم آن‌ها بر عدد چهار تقسیم‌بندی شده است:

$$313,605,721 \rightarrow 1$$

$$160,508,404 \rightarrow 0$$

$$903,215,111 \rightarrow 3$$

$$726,814 \rightarrow 2$$

در نتیجه عدد خواسته شده باید در تقسیم بر ۴ باقی‌مانده ۲ داشته باشد.

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۸۵- گزینه ۲»

(عمیر اسفوانی)

در الگوی صورت سؤال:

$$9 - 2 = 7, 2 \times 9 = 18, 9 - 5 = 4, 9 \times 5 = 45 \rightarrow 718445$$

$$6 - 3 = 3, 3 \times 6 = 18, 6 - 4 = 2, 6 \times 4 = 24 \rightarrow 318224$$

$$7 - 5 = 2, 5 \times 7 = 35, 7 - 1 = 6, 7 \times 1 = 7 \rightarrow 23567$$

$$8 - 4 = 4, 4 \times 8 = 32, 8 - 0 = 8, 8 \times 0 = 0 \rightarrow 43280$$

$$3 - 1 = 2, 3 \times 1 = 3, 3 - 2 = 1, 3 \times 2 = 6 \rightarrow 2316$$

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۸۶- گزینه ۳»

(فاطمه، اسخ)

هر دو قطعه روبه‌روی هم در شکل صورت سؤال، به این شکل قرینه یکدیگرند که دایره‌های رنگی به مربع‌های سفید تبدیل می‌شوند و دایره‌های سفید به مربع‌های رنگی

(هوش غیرکلامی)

۲۸۷- گزینه ۳»

(فاطمه، اسخ)

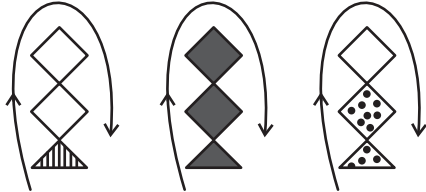
در انتقال از بالا به پایین در الگوی صورت سؤال، جهت شکل وسط  $180^\circ$  و جایگاه همه شکل‌ها قرینه می‌شود و رنگ داشتن یا نداشتن آن‌ها هم جابه‌جا می‌شود.

(هوش غیرکلامی)

۲۸۸- گزینه ۴»

(فاطمه، اسخ)

شکل از سه طرح در قالب تشکیل شده است که با الگویی ثابت از چپ به راست در حرکتند:



(هوش غیرکلامی)

۲۸۹- گزینه ۴»

(عمیر کنهی)

در ساعت شنی اصولاً شن‌ها رو به پایین حرکت می‌کنند. در ساعت‌های شنی صورت سؤال که این قاعده در آن‌ها رعایت شده است کد «الف» داریم و آن ساعت‌های شنی که خلاف قاعده‌اند کد «ب» خورده‌اند. کدهای «ج» و «د» نیز به رنگ بالای ساعت مربوط است.

(هوش غیرکلامی)

۲۹۰- گزینه ۳»

(فرزاد شیرمحمدی)

گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» به ترتیب نماها از جلو، راست و بالای حجم است.

(هوش غیرکلامی)